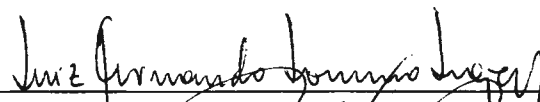


PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO  
UTILIZANDO OS ALGORITMOS GENÉTICOS

Heloisa Firmo Kazay

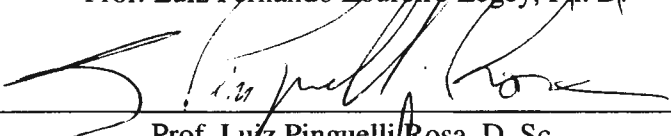
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM PLANEJAMENTO ENERGÉTICO.

Aprovada por:



---

Prof. Luiz Fernando Loureiro Legey, Ph. D.




---

Prof. Luiz Pinguelli Rosa, D. Sc.



---

Prof. Lucio Guido Tapia Carpio, D. Sc.



---

Prof. João Lizardo Rodrigues Hermes de Araújo, D. Spe.



---

Dr. Albert Cordero Geber de Melo, D. Sc.



---

Dr. Mario Veiga Ferraz Pereira, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
MARÇO DE 2001

KAZAY, HELOISA FIRMO

O Planejamento da Expansão da  
Geração do Setor Elétrico Brasileiro  
Utilizando os Algoritmos Genéticos [Rio  
de Janeiro, RJ] 2001

IX, 205 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,  
D. Sc., Planejamento Energético, 2001)

Tese – Universidade federal do Rio  
de Janeiro, COPPE

1. Planejamento da Expansão

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Aos meus queridos filhos, Daniel, Ivan e Beatriz, que continuem fazendo suas adoráveis perguntas ao longo de toda a vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus orientadores, Profs. Legey e Pinguelli, especialmente pelo interesse e pela solicitude com que orientaram esta tese.

A Joari Paulo da Costa, responsável pela minha contratação como bolsista do CEPEL, o que permitiu a aplicação prática do algoritmo genético proposto nesta tese, aplicação essa que contribuiu para a valorização do trabalho desenvolvido.

Ao CNPQ pela concessão da bolsa de doutorado nos primeiros 4 anos de pesquisa.

Ao CEPEL, pelo fornecimento do modelo MODPIN, a partir do qual a aplicação prática do algoritmo genético foi desenvolvida, e pelo apoio financeiro concedido.

A todos os colegas do CEPEL que muito me ajudaram dando “dicas” e sugestões ao trabalho. Gostaria de agradecer em especial a Pedro de Novella, que trabalhou comigo no modelo MODPIN e fez contribuições inestimáveis na concepção do algoritmo desenvolvido nesta tese.

Ao meu marido e a meus pais pelo apoio e incentivo constantes.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.)

## PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA GERAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO UTILIZANDO OS ALGORITMOS GENÉTICOS

Heloisa Firmo Kazay

Março/2001

Orientadores: Luiz Fernando Loureiro Legey  
Luiz Pinguelli Rosa

Programa: Planejamento Energético.

O problema da expansão da geração a longo prazo é um problema de otimização não-linear de grande porte, que se torna ainda maior quando se refere ao sistema brasileiro e se consideram as intervenientes e múltiplas fontes de incerteza. Para lidar com a complexidade do problema, técnicas de decomposição têm sido utilizadas. Usualmente, essas técnicas sub-dividem o problema da expansão em dois: um de construção de novas plantas (investimento) e outro de operação do sistema.

Esta tese propõe um algoritmo genético para resolver o sub-problema de investimento. Inicialmente, é apresentada uma análise do estado da arte em planejamento da expansão e no campo dos algoritmos genéticos. Em seguida, é feita uma aplicação prática do algoritmo proposto num modelo de planejamento da expansão sob incerteza e são apresentados os resultados obtidos em dois estudos de caso. Esses resultados indicaram que o algoritmo genético proposto constitui-se em uma alternativa real para solucionar o sub-problema de investimento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D. Sc.)

## GENERATION EXPANSION PLANNING IN THE BRAZILIAN ELECTRIC SECTOR EMPLOYING GENETIC ALGORITHMS

Heloisa Firmo Kazay

March/2001

Advisors: Luiz Fernando Loureiro Legey  
Luiz Pinguelli Rosa

Department: Energy Planning Program.

The generation expansion-planning problem is a non-linear large-scale optimisation problem, which is even larger when it refers to the Brazilian system, and when one considers the multiple intervening uncertainty sources. To handle the complexity of the problem, decomposition schemes have been used. Usually, such schemes divide the expansion problem into two sub-problems: one related to the construction of new plants (investment sub-problem) and another dealing with the task of operating the system (operation sub-problem).

This thesis proposes a genetic algorithm to solve the investment sub-problem. Initially, an analysis of the state of the art on the generation expansion planning and the field of the genetic algorithms are presented. Then follows a practical application of the proposed algorithm in a model of generation expansion planning under uncertainty. Finally, the results obtained in two case studies are presented and analysed. These results indicate that the proposed genetic algorithm is an effective alternative to the solution of the investment sub-problem.

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO: ASPECTOS QUALITATIVOS</b>	<b>5</b>
2.1	MODELOS EM PLANEJAMENTO	5
2.2	O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO NUM SETOR DESCENTRALIZADO	9
<b>3</b>	<b>METODOLOGIAS PARA PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO</b>	<b>15</b>
3.1	CONCEITUAÇÃO	15
3.2	A QUESTÃO DAS INCERTEZAS	17
3.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA: MODELO DE PLANEJAMENTO DETERMINÍSTICO	20
3.4	TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO SOB INCERTEZAS	21
3.4.1	EQUIVALENTE DETERMINÍSTICO	22
3.4.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	23
3.4.3	CENÁRIOS	24
3.4.4	OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA	24
3.5	EXTENSÕES DA FORMULAÇÃO ESTOCÁSTICA	26
3.5.1	ESTRATÉGIA DE EXPANSÃO - MINIMIZAÇÃO DO VALOR ESPERADO	26
3.5.2	ESTRATÉGIA DE EXPANSÃO - CRITÉRIO MINIMAX	28
<b>4</b>	<b>OS ALGORITMOS GENÉTICOS</b>	<b>32</b>
4.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	32
4.2	CONCEITUAÇÃO	38
4.3	DEFINIÇÃO DOS CRITÉRIOS E PARÂMETROS DE UM ALGORITMO GENÉTICO	45
4.4	SISTEMAS HÍBRIDOS	50
4.5	O PROBLEMA DAS RESTRIÇÕES	51
4.6	DESENVOLVIMENTOS MAIS RECENTES	55
<b>5</b>	<b>SISTEMAS INTELIGENTES APLICADOS À EXPANSÃO DA GERAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO</b>	<b>62</b>
5.1	ABORDAGENS MAIS RECENTES	62
5.2	UM ESTUDO DE CASO SIMPLIFICADO DO PROBLEMA DA EXPANSÃO	65
<b>6</b>	<b>O MODELO DE EXPANSÃO DA GERAÇÃO SOB INCERTEZAS MODPIN</b>	<b>74</b>

<b>6.1</b>	<b>REPRESENTAÇÃO DE INCERTEZAS</b>	<b>74</b>
6.1.1	MERCADO	74
6.1.2	CUSTOS DE COMBUSTÍVEIS	76
6.1.3	ATRASO DE OBRAS	77
6.1.4	AFLUÊNCIAS	77
<b>6.2</b>	<b>METODOLOGIA DE SOLUÇÃO</b>	<b>78</b>
6.2.1	DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS	81
6.2.2	O ALGORITMO DE BENDERS	85
6.2.3	EXTENSÃO PARA PROBLEMAS ESTOCÁSTICOS	88
<b>6.3</b>	<b>EXTENSÃO DA METODOLOGIA PARA ESTRATÉGIAS</b>	<b>90</b>
<b>6.4</b>	<b>SUBPROBLEMA DE INVESTIMENTO</b>	<b>95</b>
6.4.1	CRITÉRIO MINIMAX	95
6.4.2	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE INVESTIMENTO	96
<b>6.5</b>	<b>SUBPROBLEMA DE OPERAÇÃO</b>	<b>100</b>
6.5.1	REPRESENTAÇÃO DO PARQUE GERADOR	100
6.5.2	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OPERAÇÃO	106
<b>6.6</b>	<b>SUBPROBLEMA FINANCEIRO</b>	<b>106</b>
<b>7</b>	<b>O ALGORITMO GENÉTICO APLICADO AO MODPIN</b>	<b>108</b>
<b>7.1</b>	<b>ESTRUTURAÇÃO DOS DADOS PARA A FASE 1</b>	<b>108</b>
<b>7.2</b>	<b>O CROSSOVER NO CP</b>	<b>112</b>
<b>7.3</b>	<b>A MUTAÇÃO NO CP</b>	<b>113</b>
<b>7.4</b>	<b>O ALGORITMO GENÉTICO PARA A FASE 2</b>	<b>116</b>
7.4.1	A ESTRUTURAÇÃO DO CP	116
7.4.2	FUNÇÃO DE APTIDÃO PARA A FASE 2	120
<b>7.5</b>	<b>LIGAÇÃO DO GENÉTICO COM O MODPIN</b>	<b>122</b>
<b>8</b>	<b>ESTUDOS DE CASO</b>	<b>125</b>
<b>8.1</b>	<b>COSTA RICA : FASES 1 E 2</b>	<b>125</b>
<b>8.2</b>	<b>CASO II: CASO DO BRASIL</b>	<b>129</b>
<b>9</b>	<b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>138</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>144</b>
	<b>ANEXO A: TABELAS REFERENTES A UM ESTUDO DE CASO SIMPLIFICADO DO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO</b>	<b>149</b>
	<b>ANEXO B: AGREGAÇÃO E FORMULAÇÃO DO SUB-PROBLEMA DE OPERAÇÃO</b>	<b>159</b>



<b>B 1 : AGREGAÇÃO</b>	<b>160</b>
<b>B 2 : FORMULAÇÃO DO SUBPROBLEMA DE OPERAÇÃO</b>	<b>161</b>

<b><u>ANEXO C: PLANOS DE EXPANSÃO PARA O CASO BRASILEIRO E PLANILHAS COM RESULTADOS DE ESTUDOS DE CASO SIMULADOS PELO AG</u></b>	<b>166</b>
--	------------

<b>C1: RESULTADOS DO PLANO DE EXPANSÃO</b>	<b>167</b>
<b>C2: PLANILHAS COM RESULTADOS DE ESTUDOS DE CASO SIMULADOS PELO AG</b>	<b>174</b>

*"As the complexity of a system increases, our ability to make precise and yet significant statements about its behavior diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics" (ZADEH, 1973).*

## 1 Introdução

A estrutura do setor elétrico brasileiro está passando por um período de profundas mudanças. Dentre elas, podem ser ressaltadas as alterações nos sistemas de financiamento e de administração de riscos, o processo de privatização do setor, o início de operação do mercado livre de energia, a ênfase dada à opção termelétrica em detrimento das hidrelétricas na expansão do setor e a definição de políticas balizadoras desse processo.

Ao contrário do ocorrido em outros países, a privatização do setor elétrico brasileiro está sendo realizada num período de grande aumento da demanda de energia elétrica e a falta de uma política consistente de planejamento da expansão pode comprometer o desenvolvimento do país, que apresenta ainda um grande potencial hidrelétrico a ser explorado.<sup>1</sup>

As alterações no desenho institucional/organizacional do setor elétrico brasileiro, as demandas da sociedade com respeito à proteção ao meio ambiente e as incertezas decorrentes de uma economia de mercado com a descentralização das decisões de investimento, são apenas alguns exemplos de fatores que tendem a tornar mais complexa a abordagem quantitativa de sistemas energéticos e ambientais. Para lidar com esses desafios, faz-se necessário o estudo das novas técnicas de análise de sistemas complexos e do que elas têm a oferecer com respeito a aplicações específicas aos sistemas energéticos e ambientais brasileiros, de forma a fornecer estratégias mais flexíveis e robustas.

---

<sup>1</sup> O Brasil possui 223 GW de hidroeletricidade instaláveis, dos quais 24% já se encontram operando ou em construção. A metade dos 76%, ainda inexplorados, situam-se na região Norte.

A principal vantagem de se utilizar técnicas de computação evolucionária, composta principalmente pelos algoritmos genéticos, pela programação evolucionária e pelas estratégias evolucionárias (BÄCK *et al.*, 1997), está no ganho de flexibilidade e adaptabilidade ao problema, em combinação com um desempenho robusto (embora essas técnicas dependam de ajustes finos conforme o problema) e características de busca global. O maior número de aplicações da computação evolucionária está no domínio da otimização.

Por não trabalharem com uma única solução apenas mas com uma população de soluções candidatas, ao final da convergência, os algoritmos genéticos (AG's) fornecem um leque de soluções sendo algumas praticamente iguais e outras muito parecidas com a melhor solução encontrada até então. Isso é uma importante fonte de flexibilidade em problemas reais<sup>2</sup>. Essa flexibilidade é compatível com o novo ambiente descentralizado, pois fornece um conjunto de opções de custo muito parecido (caso o critério de otimização seja o econômico), ao invés de uma única solução.

Numa situação como essa, uma agência reguladora está apta a escolher dentre soluções alternativas, levando em consideração os benefícios do consumidor e aspectos estratégicos *vis-à-vis* questões de curto prazo. Por outro lado, um agente individual operando em um ambiente de mercado de energia competitivo face às inúmeras incertezas existentes, não apenas técnicas mas também econômicas e políticas, será beneficiado ao poder escolher entre alternativas com custos similares.

No caso do planejamento da expansão, essa flexibilidade significa a possibilidade de levar em consideração outros aspectos do problema além da minimização do custo, tais como preocupações ambientais e sociais, dentre outras.

Uma primeira aplicação dos algoritmos genéticos a um problema de expansão da geração muito simplificado foi desenvolvida e apresentada no exame de qualificação ao doutorado da autora e no artigo (LEGEY & KAZAY, 1999).

---

<sup>2</sup> Embora os métodos heurísticos de busca mais usuais também possam fornecer soluções próximas à melhor solução encontrada, os AG's tendem a ser mais abrangentes por manipularem, concomitantemente e em paralelo, numerosas soluções candidatas.

No intuito de se analisar a viabilidade da aplicação dos algoritmos genéticos a um problema real, foi selado um convênio com o CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, da Eletrobrás - que permitiu a utilização dessa técnica ao modelo de expansão sob incertezas MODPIN, que foi desenvolvido pelo CEPEL e pela PSR (Power Systems Research) e contou com o apoio da Organização Latino-Americana de Desenvolvimento Energético (OLADE); do Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID); do Banco Mundial (BIRD) e da Agência Internacional de Energia (AIE). Esse apoio deu origem ao modelo SUPER (o MODPIN é um dos 8 módulos desse modelo), cujo objetivo é fornecer um apoio quantitativo visando a melhorar o processo de planejamento da geração e transmissão de sistemas elétricos na América Latina e Caribe.

A presente tese está estruturada da seguinte forma: o capítulo 2 trata do planejamento da expansão de uma forma mais qualitativa. Inicialmente, é feita uma análise da motivação de se usarem modelos em processos de planejamento. Em seguida, o item 2.2 comenta possíveis efeitos da descentralização sobre o planejamento.

O capítulo 3 aborda o planejamento da expansão em seus aspectos mais quantitativos: primeiramente é apresentada uma conceituação do problema, seguida de uma análise da questão das incertezas no planejamento. No item 3.4 são apresentadas as principais metodologias para resolver o problema. O último item (3.5) consta das extensões da formulação estocástica e apresenta o critério Minimax, que serviu de base para o desenvolvimento do modelo MODPIN.

O capítulo 4 discorre sobre os algoritmos genéticos (AG's): o item 4.1 faz uma breve descrição do contexto e da motivação que permitiram o surgimento dos AG's. O item 4.2 apresenta alguns conceitos básicos na definição de um AG e o item seguinte analisa a definição de seus critérios e parâmetros. No item 4.4 são feitas algumas considerações sobre os algoritmos genéticos em sistemas híbridos. No item 4.5 é feita uma análise do aspecto cuja relevância vem ganhando destaque na bibliografia recente sobre os AG's aplicados a problemas reais: o tratamento das restrições. Finalmente, o item 4.6 faz um resumo dos desenvolvimentos mais recentes no campo dos algoritmos genéticos.

O capítulo 5 consta de um resumo da experiência internacional recente da aplicação de sistemas inteligentes ao setor elétrico, bem como da primeira abordagem dos algoritmos genéticos ao problema de expansão, que foi apresentado no exame de qualificação ao doutorado da autora. No anexo A estão incluídas tabelas com alguns resultados dessa abordagem.

O capítulo 6 descreve o modelo de planejamento sob incertezas MODPIN e é dividido em 6 itens. No primeiro item, é apresentada a forma como o modelo faz o tratamento das incertezas consideradas. O item 6.2 descreve a metodologia de solução do modelo, baseada na decomposição de Benders. Uma extensão dessa metodologia para estratégias é apresentada no item 6.3. Os subproblemas de investimento, de operação e financeiro são descritos respectivamente nos itens 6.4, 6.5 e 6.6. No Anexo B é apresentada a agregação adotada no modelo e é detalhada a formulação para o subproblema de operação.

O capítulo 7 apresenta a solução proposta para o problema da expansão utilizando os algoritmos genéticos. Inicialmente, é descrita a estruturação dos dados adotada para a fase 1 do MODPIN, chamada de cromossoma ponteiro (CP), que permitiu transformar um problema com muitas restrições numa busca evolucionária através do espaço de soluções viáveis. Os itens 7.2 e 7.3 mostram como ficam os operadores de *crossover* e de mutação com essa estrutura de dados. O item seguinte descreve o AG para a fase 2. O último item sintetiza a ligação do AG com o MODPIN.

No capítulo 8 são apresentados os principais resultados obtidos com a técnica proposta, comparando as soluções em dois estudos de caso (Costa Rica e Brasil) com as soluções obtidas pelo MODPIN original (sem o AG). No Anexo C são incluídos os planos de expansão para o caso brasileiro bem como planilhas com resultados de diversos estudos de caso simulados pelo AG.

O capítulo 9 traz as considerações finais deste trabalho e possíveis rumos futuros de pesquisa.

## 2 O Planejamento da Expansão: Aspectos Qualitativos

### 2.1 Modelos em Planejamento

Originalmente, o conceito de modelo estava apenas associado a idéia de um instrumental para auxiliar a compreensão de problemas por demais complexos para serem entendidos sem o uso de simplificações e abstrações<sup>1</sup>. FUKS & LEGY (1999) discorrem sobre as origens dos modelos como processo científico à luz do legado cartesiano: “Especificamente com relação ao uso da comparação, a antevisão de Descartes da moderna teoria da modelagem (...) merece destaque. Para explicar o comportamento da luz, Descartes usa metáforas que não se propõem a desvendar a essência desse fenômeno, mas, sim, representá-lo. Ele afirma: “não é necessário que eu me dedique à tarefa de dizer qual é a verdadeira natureza da luz, creio que será suficiente que eu me sirva de duas ou três comparações que ajudem a concebê-la da maneira que me pareça a mais cômoda, para explicar todas aquelas propriedades que a experiência nos faz conhecer”. Descartes antecipa assim o que, na ciência, é modernamente denominado de “modelos”, ou seja, *constructos* de nossa imaginação (representações) que ajudam a compreender os fenômenos.”

O ato de modelar traz inserida a idéia de que a metáfora freqüentemente auxilia a compreensão dos fenômenos. Nessa linha, WIEZENBAUM (1993) afirma que: “*Often the heuristic value of a metaphor is not that it expresses a new idea which it may or may not do but that it encourages the transfer of insights derived from one of its contexts, into its other context. Its function thus closely resembles that of a model.*”

O pensamento mecanicista impulsionou o surgimento de modelos matemáticos poderosos nos mais diversos campos da ciência. Nesse sentido, WIEZENBAUM (idem) transforma em palavras idéias difusas que surgem ao se modelar matematicamente um problema real e faz uma bela justificativa da utilização de modelos matemáticos para melhor compreender a realidade: “*Programming is rather a test of understanding in practical affairs. In this aspect, it is like writing: often when we think we understand something and attempt to write about it, our very act of composition reveals our lack of*

---

<sup>1</sup> Os gregos foram os primeiros a desenvolverem um instrumental desse tipo: o modelo do sistema solar de Ptolomeu, concebido para explicar o movimento dos corpos celestes (ROSA, 1995).

*understanding even to ourselves. Our pen writes the word “because” and suddenly stops. We thought we understood the “why” of something but discover that we don’t...”*

Dada a tradição do pensamento científico que associa a compreensão de um fenômeno com a habilidade de analisá-lo em termos quantitativos, ZADEH (1973) questiona a análise do comportamento dos sistemas humanísticos como se eles fossem sistemas mecanicistas governados por equações diferenciais ou integrais: essas técnicas convencionais seriam inconvenientes para serem utilizadas em sistemas humanísticos.<sup>2</sup> A partir da década de 60, o rápido surgimento de computadores cada vez mais poderosos e, conseqüentemente, capazes de resolver problemas sucessivamente maiores trouxe um excessivo otimismo quanto à capacidade não apenas de resolver mas de prever o comportamento de sistemas complexos transformando-os em equações diferenciais e integrais<sup>3</sup>. Frequentes erros de planejamento indicaram que os sistemas complexos não deveriam ser tratados dessa forma.

A utilização de modelos em planejamento denota a idéia de que é possível prever, por exemplo, o comportamento de um setor da economia por meio de métodos quantitativos desenvolvidos para esse fim. Cabe aqui introduzir alguns conceitos subentendidos, quando a questão é planejar o futuro (ROSA, 1996).

Determinismo – evolução futura determinada univocamente pelas condições presentes, determinadas pelo passado conforme leis físicas causais;

Computabilidade – capacidade de se obter a solução do problema da evolução do sistema, uma vez equacionado;

Previsibilidade – capacidade de prever a evolução futura de um sistema.

Dados esses conceitos, ROSA pondera: “Pondo de lado o determinismo férreo e também a imprevisibilidade total, mas retendo como suposição que o futuro seja extremamente sensível a mudanças de condição presentes<sup>4</sup>, então há uma maior responsabilidade em atuar de forma racional e organizada para melhorar a sociedade dentro de uma faixa de mundos “possíveis”. Esta hipótese dá um sentido à intervenção

---

<sup>2</sup>Sugere, então, a lógica nebulosa ou *fuzzy* que exerceria um papel básico no que pode ser uma das mais importantes características do pensamento humano: a capacidade que o homem tem de *resumir* a informação.

<sup>3</sup> Esse otimismo excessivo ocorreu, em alguns casos, até em sistemas essencialmente mecanicistas. Mesmo nesses sistemas, todo modelo é uma simplificação da realidade e, portanto, também possui certos limites.

<sup>4</sup> O autor aqui se refere à teoria do caos segundo a qual, pequenas perturbações nas condições iniciais de um sistema podem levar a comportamentos imprevisíveis (ou até mesmo caóticos).

planejada por critérios políticos e éticos nos rumos do desenvolvimento da sociedade, em confronto com o “fim da história” vaticinado no paradigma<sup>5</sup> liberal, individualista, hoje dominante no mundo.”

O determinismo, que tanto sucesso teve no campo da Física Mecânica, deve ser visto com cuidado quando se trata de sistemas complexos. FUKS & LEGY (*op. cit.*) fazem uma análise dessa questão: “No caso particular do estudo de fenômenos que possam ser representados através da metáfora mecanicista, onde a decomposição do todo em partes (granulação) e a integração das partes no todo (organização) são facilmente implementáveis, o paradigma analítico<sup>6</sup> é, sem dúvida, o mais indicado. Numa situação em que o futuro pode ser vislumbrado através de métodos determinísticos ou probabilísticos e onde as leis causais são conhecidas, o planejador tem condições de programar um futuro supostamente conhecido, de acordo com princípios cartesianos. Nesse sentido, não há como negar o sucesso do método proposto por Descartes mesmo em problemas de grande complexidade, como o planejamento e execução do projeto que possibilitou ao homem ir à Lua e a construção de máquinas – os computadores – que buscam emular o próprio ato humano de pensar. Entretanto, esse quadro dificilmente representa adequadamente fenômenos com um caráter estratégico, onde a componente humana tem participação fundamental. Nessa situação, o paradigma sistêmico parece ser o mais adequado”.

A proposta de complementaridade entre abordagens pode ser enriquecedora: “Com efeito, a possibilidade do uso combinado dos dois paradigmas mostra-se bastante promissora. A justificativa para essa abordagem reside no fato de que, ao serem utilizados isoladamente, cada paradigma é incapaz de lidar com todos os aspectos de determinadas situações problemáticas. Por outro lado, quando combinados, é possível (e desejado) fazer uso da complementaridade do desempenho de cada um deles” (FUKS & LEGY, *idem*).

---

<sup>5</sup> Sobre paradigma, ver (KUHN, 1962). (Nota não inserida no original).

<sup>6</sup> O paradigma analítico, utilizado com sucesso em muitos problemas, propõe que o todo pode ser compreendido pela agregação das partes, enquanto que o enfoque sistêmico parte da concepção de que existem propriedades num sistema que não podem ser explicadas pela soma das partes, sendo destruídas quando se examinam os elementos isoladamente (Nota não inserida no original).



ARAÚJO (1988) aborda o problema do tratamento de incertezas em planejamento e mostra as desvantagens de se utilizar apenas uma metodologia: “Há essencialmente dois modos de reduzir o impacto da incerteza sobre o processo de planejamento: o primeiro é de compreender melhor o funcionamento da realidade, reduzindo assim a incerteza através da redução em nossa ignorância. O segundo é delimitar os danos causados pela incerteza, através de estratégias que aliem boa *robustez* (i.e., garantam resultados aceitáveis dentro de uma incerteza tolerável) e *flexibilidade* (i.e., as decisões tomadas possam ser reformuladas, para adaptá-las a condições cambiantes, sem custo excessivo). Nenhum dos dois modos é suficiente em si, por diversas razões: em primeiro lugar, nenhum conhecimento prévio da realidade pode eliminar completamente a incerteza e muito menos aquela associada a sistemas sócio-econômicos, no presente como em sua evolução futura. Por outro lado, robustez e flexibilidade freqüentemente conflitam com outros objetivos do planejamento, como custo global, em função crescente da incerteza que devem compensar.”

Entende-se que os modelos se constituem em ferramentas imprescindíveis quando se deseja melhorar a compreensão da realidade, fazer simulações para verificar o comportamento de sistemas complexos em situações adversas, realizar otimizações ou mesmo prever um dos futuros possíveis. No entanto, cada aplicação de um modelo deve ser acompanhada de uma freqüente análise crítica dos objetivos da modelagem e da eventual complementaridade entre abordagens distintas, além da verificação da consistência dos resultados *vis-à-vis* os objetivos traçados previamente.

Esse monitoramento constante não abala a credibilidade do modelo. Ao contrário, a explicitação dos limites existentes de cada abordagem bem como, se possível, o envolvimento dos atores no processo de construção do modelo contribuem para tornar a ferramenta mais transparente, mais útil e mais confiável. Um modelo por demais hermético desencoraja sua utilização e o enfraquece como instrumental de simulação e de planejamento.

A seguir, a questão da modelagem em planejamento é analisada considerando-se o setor de energia elétrica no Brasil.

## **2.2 O Planejamento da Expansão num setor descentralizado**

A grande expansão do setor elétrico brasileiro no período de 1950 a 1980 caracterizou-se por significativos ganhos de eficiência e pelo desenvolvimento da engenharia nacional nos campos de hidráulica, hidrologia e sistemas de potência, num país com extensão continental e com desafios de projeto e operação do parque gerador pleno de especificidades: com cerca de 93% de energia hidrelétrica, foram criadas soluções pioneiras em aproveitamentos hidrelétricos, além de um controle integrado de otimização da operação plurianual do sistema elétrico.

Historicamente, é indiscutível a importância da aplicação de métodos quantitativos de otimização para a elaboração de modelos que auxiliem no planejamento bem como na simulação das possíveis consequências da implementação de políticas e regras no setor.

Entende-se que o planejamento da expansão do setor elétrico se constitui de prática fundamental a ser seguida por um país cujo consumo per capita de energia está longe de padrões de países desenvolvidos e onde as previsões de crescimento da demanda evidenciam a necessidade de aumento da capacidade de oferta dos atuais 62 GW para cerca de 105 GW em 2008, segundo Plano Decenal da Eletrobrás (ELETROBRÁS, 2000)<sup>7</sup>. O conhecimento, a avaliação e o dimensionamento dos recursos energéticos disponíveis para a geração de energia elétrica envolvem estudos que devem ser executados com até trinta anos de antecedência da entrada em operação das usinas e dos principais troncos do sistema de transmissão, como a análise de novas tecnologias de geração ou transmissão de energia, ou o estabelecimento de programas de capacitação tecnológica e industrial do país. Seguem-se os estudos de inventário hidrelétrico das bacias hidrográficas, os estudos de viabilidade técnico-econômica dos aproveitamentos inventariados, os projetos básico e executivo de cada aproveitamento. Os planos de expansão também fornecem as diretrizes para os estudos de médio e curto prazo bem como os custos de expansão a longo prazo.

---

<sup>7</sup> Dados mais recentes indicam que a potência disponível ao final do ano de 2000 – incluindo a capacidade instalada do sistema, mais parte da energia de Itaipu e a importada da Argentina – totalizou 73 GW (O GLOBO, 2000).

Um elemento cuja importância vem crescendo cada vez mais para efeito de planejamento da expansão é o aumento das incertezas quanto ao comportamento da demanda, custos dos combustíveis, taxa de juros e legislação ambiental. A descentralização recente do setor aliada a esse crescimento das incertezas têm obrigado diversos países a rearranjarem as estruturas institucionais dos seus respectivos setores energéticos para ajustá-los ao novo contexto, de forma a recuperar a dinâmica de melhoria de desempenho do setor.

Na forma como o setor elétrico estava organizado anteriormente ao processo de venda das empresas estatais iniciado pelo governo federal a partir da privatização da ESELSA em 12/07/1995<sup>8</sup>, as decisões tinham alto grau de centralização e os modelos de otimização eram bastante abrangentes e complexos. No entanto, o cenário descentralizado, onde a alocação de recursos passa a ser supostamente definida pelas leis de mercado, tende a favorecer o desenvolvimento de uma modelagem mais dinâmica, com mais alternativas de expansão: ao invés de UM plano ótimo, MUITOS planos de expansão QUASE ótimos. É importante que a expansão esteja próxima de um ótimo global. No entanto, na prática, os diversos agentes têm como objetivo expandir segundo seu próprio ótimo. A imposição de um ótimo “externo” ao agente, ou seja, que esteja longe do “seu” ótimo pode fazer com que ele deixe de investir em energia. Por isso é importante um conjunto de opções de investimento em expansão que, a longo prazo, se aproximaria ao ótimo global (mais econômico para a sociedade). Ou, de outra forma, o modelo poderia fornecer subsídios para a elaboração de um conjunto de regras que criariam condições para se chegar próximo ao ótimo global.

ARAÚJO (1988) coloca uma questão que, embora intuitiva, surpreendentemente não é seguida na prática, no planejamento da expansão: “a questão da seleção e uso de modelos não pode ser dissociada dos *objetivos* e dos *decisores*; isto remete à própria natureza do planejamento”, que necessita de forte sustentação política. Caso não haja essa sustentação, um modelo não é utilizado na prática, ou seja, o problema da expansão não tem solução fora do contexto político<sup>9</sup>.

---

<sup>8</sup> Para maiores detalhes sobre a história do setor elétrico brasileiro e suas recentes mudanças estruturais, ver (LEGEY *et al.*, 1999).

<sup>9</sup> Na realidade, a questão do planejamento, de uma maneira geral, não se coloca fora da esfera política.

Como, em geral, os problemas são resolvidos na ordem em que seus danos tornam-se iminentes, atualmente, o setor elétrico está empenhado em definir a operação do sistema, de forma a garantir o atendimento ao mercado atual. A coordenação integrada da operação é responsabilidade do ONS (Operador Nacional do Sistema), que fornece subsídios para as regras do funcionamento do MAE (Mercado Atacadista de Energia). No entanto, o problema da expansão não pode ser adiado *sine die*. Conforme mostra a **Figura 2-1** a operação do sistema depende essencialmente do planejamento da expansão e das políticas que o viabilizarem. A falta de investimentos na expansão leva a um aumento significativo do risco de déficit.

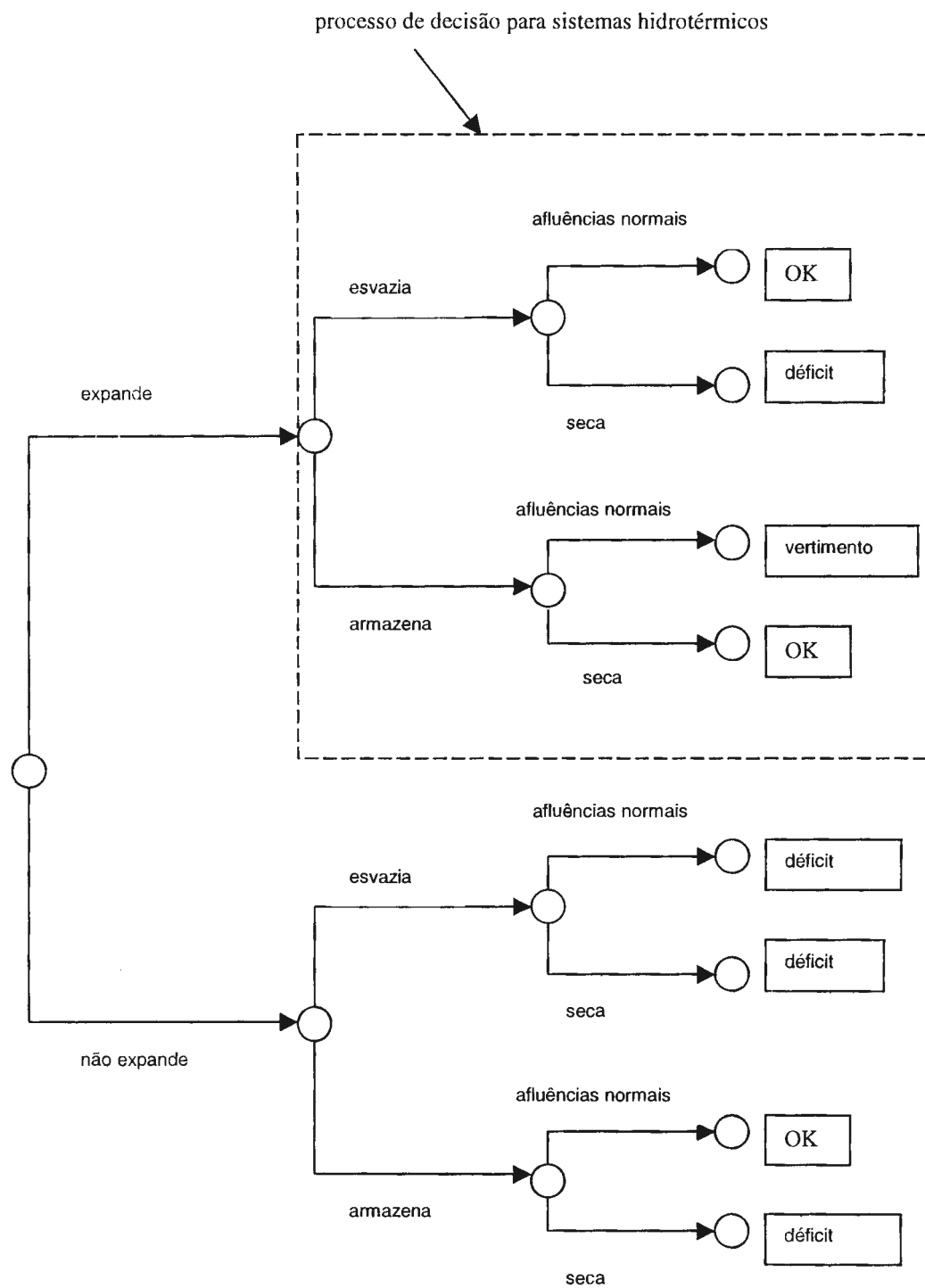


Figura 2-1 : A operação do sistema no contexto do planejamento da expansão.

Existe atualmente um hiato entre a modelagem da expansão centralizada, coordenada pelo antigo GCPS (Grupo Coordenador do Planejamento da Expansão) e o chamado Planejamento Indicativo, elaborado atualmente pelo CCPE (Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão do Sistema Elétrico) que substitui o primeiro num ambiente onde imperariam as leis de mercado. O papel do planejamento não deve ser o de inibir a expansão nem o de ser tão obscuro que se torne irrelevante nesse processo, ao contrário, deve ser transparente o suficiente para estimular investimentos no setor de energia elétrica. Dessa maneira, uma de suas funções é a de evitar que determinados atores consigam justificar alternativas de expansão que somente beneficiem um pequeno número de pessoas ou empresas e não o país ou a região como um todo, sem prejuízo de outras alternativas mais atraentes. Nesse sentido se, no modelo centralizado, o planejamento da expansão era determinativo, o desafio do planejamento da expansão no modelo descentralizado será otimizar os benefícios para a sociedade brasileira e, ao mesmo tempo, garantir o atendimento à demanda de energia elétrica aos pequenos e grandes consumidores, estimulando a entrada do capital privado por intermédio de estratégias de expansão flexíveis e abrangentes.

Embora a globalização tenha respaldo em políticas neo-liberais, ARAÚJO (idem) lembra que: “A solução do mercado coloca muitos interrogantes no campo da energia, onde prazos de maturação superam a década e os mercados são muito imperfeitos, especialmente no terceiro mundo – e mesmo em países do primeiro mundo a fixação de preços e tarifas não é sempre aquela esperada pelos manuais e a intervenção é antes a regra que a exceção, apesar da retórica anti-intervencionista”.

A concepção de um modelo está inserida no contexto em que ele foi criado: “Todo modelo incorpora a visão de mundo<sup>10</sup> de seus construtores, a qual age como um filtro sobre a realidade; isto significa que determinados aspectos simplesmente não aparecem para os analistas, mesmo que deveriam ser considerados em vista dos objetivos. Assim, um economista de formação neo-clássica será incapaz de construir um modelo sem referência a um equilíbrio de mercado, utilizando funções bem-

---

<sup>10</sup> A idéia de visão de mundo remete ao conceito de paradigma: os praticantes duma especialidade científica madura aderem profundamente a determinada maneira de olhar e investigar a natureza baseada num paradigma. O paradigma diz-lhes qual o tipo de entidades com o que o universo está povoado e qual a maneira como essa população se comporta; além disso, informa-os de quais as questões sobre a natureza que podem ser legitimamente postas e das técnicas que podem ser devidamente aplicadas na busca das respostas a essas questões (KUHN, 1962). (Nota não inserida no original)

comportadas; este modelo será totalmente inadequado para um contexto onde haja circuitos extra-mercado, mudanças estruturais em rápido andamento e fortes imperfeições (como oligopólios), mas a *linguagem* de que dispõe esse economista dificulta-lhe até reconhecer esse fato” (ARAÚJO, idem).

No contexto descentralizado, há um enfraquecimento do conceito de ótimo global: “A utilização de modelos em modo otimização são essencialmente normativas mas o mais importante não são necessariamente os valores da solução ótima para o critério e restrições escolhidos. De fato, muito maior importância têm as análises a partir da mesma: análises de sensibilidade e análises paramétricas deveriam ser rotineiras. No entanto, essas análises são muito difíceis de serem feitas quando o modelo é muito extenso e/ou complexo. A otimização centralizada com uma única solução ótima global dá uma visão normativa do que deveriam ser as decisões do ponto de vista de um só decisor. Na verdade, o sistema representado engloba um grande número de agentes, que tomam decisões em suas próprias esferas” (ARAÚJO, idem) .

Assim sendo, nesse novo contexto descentralizado, o planejamento deve se constituir de elemento catalisador, aquele que cria condições para que uma expansão próxima da otimalidade ocorra mas, ao mesmo tempo, deve gozar de credibilidade junto ao governo e aos empresários para que seja, de fato, cumprido. Dessa forma, maior será a confiança dos atores envolvidos na capacidade do setor de expandir-se, menores as incertezas envolvidas e, o que é mais importante, mais a expansão real se aproximará da expansão antevista e, por conseguinte, menor o risco de ineficiências econômicas alocativas no futuro.

### **3 Metodologias para Planejamento da Expansão**

#### **3.1 Conceituação**

O processo de planejamento pode ser definido como uma análise sistemática e ordenada de informações face a objetivos desejados, com o objetivo de subsidiar a tomada de decisões.

No caso do planejamento da expansão de sistemas de geração de energia elétrica, as principais informações a serem tratadas são as características físico-operativas e econômicas das fontes de geração e as previsões de consumo do mercado. As decisões a serem tomadas envolvem a alocação temporal e espacial das capacidades de geração necessárias para atender ao crescimento da demanda ao longo do horizonte de planejamento. A função objetivo é assegurar o atendimento do mercado de energia elétrica, dentro de padrões pré-estabelecidos de qualidade, geralmente a mínimo custo (FORTUNATO *et al*, 1990).

Pode-se, então, caracterizar duas atividades distintas que se desenvolvem nos estudos de planejamento da expansão do sistema gerador: o dimensionamento das fontes de geração e a determinação do programa de expansão do sistema. O presente trabalho trata de ambas as atividades, conforme formulação matemática apresentada no item 3.3.

Conforme já mencionado no capítulo 2, o conhecimento, a avaliação e o dimensionamento dos recursos energéticos disponíveis para a geração de energia elétrica envolvem estudos que devem ser executados com até trinta anos de antecedência da entrada em operação das usinas, como a análise de novas tecnologias de geração ou transmissão de energia, ou o estabelecimento de programas de capacitação tecnológica e industrial do país. Seguem-se os estudos de inventário hidrelétrico das bacias hidrográficas, os estudos de viabilidade técnico-econômica dos aproveitamentos inventariados e/ou de possíveis plantas térmicas, os projetos básico e executivo de cada aproveitamento.



Os estudos para a determinação do programa de expansão do sistema são realizados com grande antecedência, pois as usinas geradoras têm períodos de construção bastante longos. Como as informações sobre o parque gerador futuro só se tornam mais detalhadas à medida que se reduz o horizonte de análise, os estudos de planejamento da expansão são usualmente divididos em etapas, com horizontes e periodicidades distintos. No caso do sistema elétrico brasileiro, os estudos de planejamento da expansão da geração são divididos em duas etapas de análise:

- Estudos de longo prazo - Analisam um horizonte de aproximadamente trinta anos e permitem identificar as linhas mestras de desenvolvimento do sistema, fixando, em função da composição esperada do parque gerador, das capacidades estimadas dos troncos de transmissão e do desenvolvimento de processos tecnológicos e industriais, as metas para o programa de expansão de médio prazo.
- Estudos de médio prazo - Analisam o atendimento ao mercado nos próximos dez anos e estabelecem o programa de expansão do sistema elétrico, de forma a atender os requisitos a custo mínimo, mantendo a qualidade de suprimento em níveis pré-determinados. Representam o ajuste do programa de expansão do sistema frente a variações conjunturais, como mudanças das previsões do mercado, atrasos nos cronogramas de obras e restrições dos recursos financeiros.

Os estudos de longo prazo são realizados a cada quatro ou cinco anos, aproximadamente, fazendo parte dos planos mestres do setor elétrico, cujo exemplo mais recente é o "Plano Nacional de Energia Elétrica 1993/2015 — PLANO 2015" que, na qualidade de principal instrumento de planejamento de longo prazo do Setor Elétrico, orienta, com as suas diretrizes e recomendações, os estudos de curto prazo no horizonte de 10 anos, o chamado Plano Decenal de Expansão, onde se dá, de fato, o processo de tomada de decisão no Setor Elétrico brasileiro. Ou seja, o Plano Decenal é, na sua forma de periodicidade de atualização anual, o instrumento de planejamento que atualiza, sistematicamente, os primeiros 10 anos dos estudos de longo prazo do Setor (ELETROBRÁS, 2000).

A definição de políticas no setor energético é, atualmente, atribuição do CNPE (Conselho Nacional de Política Energética), órgão de assessoramento do Presidente da República, criado em 6/8/1997, e composto por seis ministros de Estado, pelo secretário de assuntos estratégicos da Presidência da República, por um representante dos Estados e do Distrito federal e por um cidadão brasileiro especialista em energia (MME, 2000).

### **3.2 A questão das Incertezas**

Uma das tarefas básicas do planejamento da expansão de sistemas de geração tem sido a determinação de um cronograma de investimentos (construção de usinas hidrelétricas e termelétricas e de troncos de interligação) que atenda à demanda prevista de forma econômica e confiável. Este item e os seguintes deste capítulo foram baseados principalmente em: (PEREIRA *et al.*, 1991), (PEREIRA *et al.*, 1992), (PEREIRA *et al.*, 1993) e (OLADE-BID, 1993).

O requisito de economia de um programa de expansão está associado ao seu custo atualizado de investimento e de operação. O custo de investimento é dado pelo custo de construção das unidades geradoras e/ou troncos de interligação. O custo de operação é dado, essencialmente, pelos custos com combustível nas unidades termelétricas do sistema.

O requisito de confiabilidade, por sua vez, assegura um fornecimento adequado aos centros de carga, mesmo sob condições adversas de produção de energia. Por exemplo, a confiabilidade de atendimento em sistemas hidrotérmicos tem sido tradicionalmente avaliada através dos seguintes padrões:

a-) energia - associada à disponibilidade de água nos reservatórios do sistema mais complementação por usinas termelétricas.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Atualmente, no Brasil, está havendo a transição do sistema otimizado apenas com hidrelétricas fazendo base e ponta com acumulação plurianual (da ordem de 6 anos) para o de complementação térmica.

b-) ponta - associada à existência de capacidade instalada para atender à demanda máxima instantânea do dia.<sup>2</sup>

Uma vez definidas as medidas de qualidade de atendimento, é necessário estabelecer critérios que caracterizem uma qualidade aceitável. No caso da energia, por exemplo, e de acordo com o critério determinístico, um plano de expansão é considerado adequado se a simulação da operação para a seqüência de afluições mais secas ocorridas no passado (o período seco) não leva a racionamento. Dentre os planos aceitáveis, o planejador seleciona aquele de menor custo. Esse critério tem várias características atraentes: é relativamente fácil de implementar, fácil de compreender e coerente com procedimentos usuais em engenharia, pois assegura proteção contra os eventos mais desfavoráveis registrados no passado.

Por outro lado, os planejadores estão há vários anos conscientes das limitações desse critério. Por exemplo, se a pior seca ocorrida no passado foi excessivamente severa, isto é, se a probabilidade de ocorrência de um evento semelhante é muito pequena, então o critério tradicional resulta em uma subestimação da capacidade de produção média do sistema e, conseqüentemente, em sobre-investimento e desperdício de recursos escassos. No entanto, se existe uma probabilidade razoável de ocorrência de secas mais severas do que a pior registrada no passado, então a capacidade de produção média do sistema haverá sido superestimada, o que resulta em sub-investimentos e déficits freqüentes. Considerações análogas podem ser feitas em relação aos critérios de ponta.

Devido a esses problemas, os critérios tradicionais de energia e ponta têm sido substituídos em muitos países por critérios probabilísticos, que representam de forma explícita as incertezas associadas às vazões, a variações na demanda e a falhas nos equipamentos. Nesse contexto, o problema do planejamento passou a ser formulado como a determinação de um cronograma de expansão que minimize o custo atualizado

---

<sup>2</sup> Além dessas formas de aferição do sistema associadas à geração e à transmissão, existem outros indicadores, relacionados à distribuição, que fornecem uma medida da qualidade do atendimento ao consumidor. Dentre essas, cabe ressaltar o DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora) e o FEC (Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora).

de investimento mais o valor esperado dos custos de operação, sujeito a restrições na probabilidade de falha no atendimento à ponta e no risco anual de déficit de energia.<sup>3</sup>

O estabelecimento desses critérios probabilísticos de energia e ponta foi um passo importante no aperfeiçoamento dos mecanismos de tomada de decisão. No entanto, estes aspectos representam apenas uma parte das possíveis fontes de incertezas associadas à qualidade do sistema. Outras possíveis fontes são: demanda futura, custos de combustível, tempo de construção da usina, taxas de juros, restrições financeiras, comportamento da economia, restrições sócio-econômicas e restrições ambientais. Atualmente, no Brasil, devido ao processo de reestruturação do setor, as incertezas são ainda maiores, com a presença da incerteza regulatória (PEREIRA *et al.*, 1991).

A experiência do sistema brasileiro tem mostrado que os fatores acima são possivelmente mais relevantes para as decisões de investimento do que os aspectos já representados de incertezas na hidrologia e de falhas no equipamento. Incorporar essas incertezas no planejamento é tarefa bastante complexa tanto em termos metodológicos como computacionais pois:

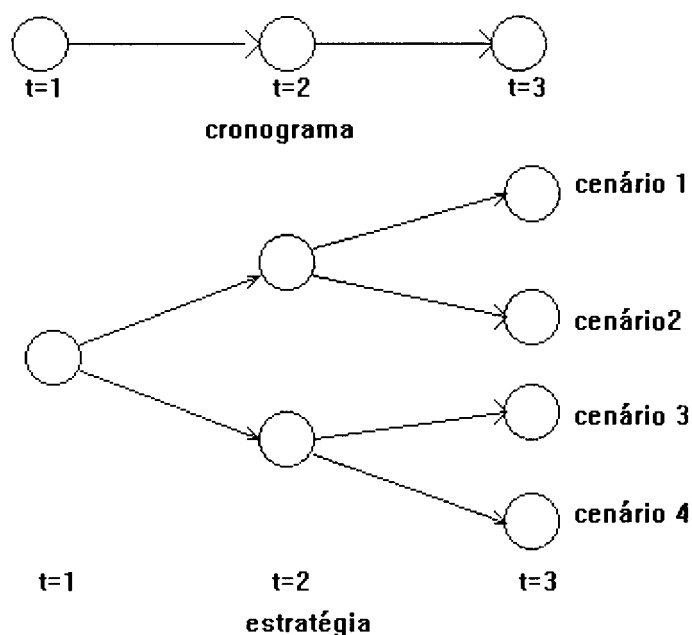
- ao contrário dos fenômenos de hidrologia e saídas forçadas de equipamentos, que podem ser modelados com o uso de técnicas das ciências naturais, as incertezas mencionadas acima são fortemente ligadas a aspectos econômicos, políticos e de organização social; isto exige não somente ferramentas metodológicas mais amplas, como também uma mudança na maneira de tratar interesses conflitantes entre diversos segmentos da sociedade. É necessário inclusive muito cuidado quanto a eventuais reducionismos dos aspectos a serem incluídos no modelo, uma vez que é impossível levar em conta todas as variáveis que influenciam o planejamento.
- a função objetivo tradicional do planejamento (ver formulação matemática no próximo item) deve ser revista em pelo menos dois aspectos: (a) o uso do valor esperado para representar o efeito das incertezas; (b) o uso de uma única medida escalar (custos) para aferir a qualidade do plano. No que se refere ao primeiro aspecto,

---

<sup>3</sup> Quanto maior for o valor pré-fixado do risco de déficit, maior será o custo da confiabilidade do sistema.

é importante levar em conta a grande variância dos custos ao longo de diversos *cenários*, isto é, um plano que é ótimo em média pode ser desastroso se ocorrerem alguns cenários plausíveis. Quanto ao segundo aspecto é necessário representar *objetivos conflitantes* (por exemplo, usos múltiplos da água, minimização de impactos ambientais como a emissão de gases causadores do efeito estufa) que não podem ser colocados numa escala comum de custos.

- o conceito de plano, formulado como cronograma de expansão deixa de ser adequado; passando a ser necessário obter *estratégias* de expansão que minimizem o impacto das fontes de incerteza no processo de decisão ( ver Figura 3-1). A estratégia, ao considerar diversos cenários, permite otimizar a expansão levando em conta que determinadas decisões só serão tomadas em função de outras decisões de investimento que ocorreram em estágios de tempo anteriores. A grande vantagem é poder considerar diversas fontes de incertezas no planejamento. A desvantagem fica por conta do tamanho do problema que, dependendo do número de plantas e cenários pode levar à inviabilidade em termos computacionais.



**Figura 3-1– Cronograma X estratégia**

A seguir, os critérios mais tradicionais de planejamento da expansão são resumidos, com o objetivo de mostrar sucintamente a evolução dessas metodologias que levaram, em última instância, à concepção do modelo MODPIN – Modelo de Planejamento sob Incertezas (PEREIRA *et al.*, *idem*).

### 3.3 Formulação Matemática do Problema: Modelo de Planejamento Determinístico

O objetivo tradicional do planejamento da expansão é determinar um cronograma de expansão que atenda à demanda prevista e minimize os custos atualizados de investimento e operação. O problema da determinação do plano de expansão ótimo pode ser formulado como (EPRI, 1982):

$$z = \min \sum_{t=1}^T \beta_t [cx_t + dy_t] \quad (3.1.a)$$

sujeito a

$$A_t x_t \geq b_t \quad (3.1.b)$$

$$\sum_{\sigma=1}^I E_{\sigma} x_{\sigma} + F_t y_t \geq h_t \quad (3.1.c)$$

para  $t = 1, \dots, T$

onde:

$x_t$	vetor que contém as opções de expansão no estágio $t$
$c$	vetor de custos de construção
$y_t$	variáveis de operação no estágio $t$ (geração em cada usina, armazenamento nos reservatórios, etc.)
$d$	vetor de custos de operação
$\beta_t$	fator de atualização para o estágio $t$
$b_t, h_t$	vetores de recursos
$E_{\sigma}, F_t$	matrizes de transformação

As restrições de unicidade (3.1.b) representam limites nas decisões de investimento (usinas mutuamente exclusivas, datas mínima e máxima de entrada de obras, etc.). O conjunto de restrições (3.1.c) representa limites operativos (limites de geração, limites de armazenamento, atendimento à demanda, etc.) e restrições financeiras. Deve-se observar que as restrições de operação dependem das decisões de investimento ( $x_t$ ) tomadas até o estágio  $t$ .

### 3.4 Técnicas de Solução do Problema de Planejamento sob Incertezas

Na formulação do problema de expansão (3.1), parte-se da hipótese de que os parâmetros básicos, representados pelos vetores de custos  $c$  e  $d$ , pelas matrizes de transformação  $A_t$ ,  $E_\sigma$  e  $F_t$  e pelos vetores de recursos  $b_t$  e  $h_t$  são conhecidos com exatidão. Nesse caso, a solução  $x^*$  que minimiza os custos de investimento e operação é de fato o plano de expansão mais adequado. Entretanto, há uma grande incerteza quanto ao valor da maior parte desses parâmetros. Essa incerteza leva imediatamente ao questionamento do plano de expansão ótimo  $x^*$ : dado que a realidade futura não será necessariamente a prevista, como se pode afirmar que o plano  $x^*$  é realmente o mais adequado?

As abordagens de solução para o problema de planejamento sob incertezas podem ser classificadas em quatro grandes grupos:

- equivalente determinístico
- análise de sensibilidade
- cenários
- otimização estocástica

#### 3.4.1 Equivalente determinístico

De acordo com essa abordagem, deve-se determinar o plano de expansão baseado nas melhores previsões disponíveis (resolver (3.1) para os valores previstos dos parâmetros) e tomar a decisão ótima de investimento associada ao primeiro estágio desse plano (por exemplo, o ano corrente):

$$z = \text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \beta_t [\bar{c} x_t + \bar{d} y_t] \quad (3.2.a)$$

sujeito a

$$\bar{A}_t x_t \geq \bar{b}_t \quad (3.2.b)$$

$$\sum_{\sigma=1}^I \bar{E}_\sigma x_\sigma + \bar{F}_t y_t \geq \bar{h}_t \quad (3.2.c)$$

para  $t = 1, \dots, T$

Onde a barra indica o valor esperado.

No estágio seguinte, por exemplo, no ano seguinte, as previsões são atualizadas baseadas nas novas informações disponíveis e obtém-se um novo plano de expansão ótimo para todo o horizonte. Mais uma vez, são tomadas as decisões associadas ao estágio corrente e repete-se o processo. Essa abordagem é intuitivamente atraente, pois reconhece o fato de que o plano será efetivamente ajustado à medida que surgem novas informações e tenta acomodar os efeitos das incertezas por intermédio da reatualização constante das previsões. Entretanto, a técnica de equivalente determinístico em geral não leva ao plano mais adequado. A razão básica é que uma decisão de investimento para o estágio atual só é ótima se ocorrerem *exatamente* as previsões futuras. Caso contrário, ela pode ser uma decisão inadequada ou, em alguns casos, até mesmo "péssima". Por exemplo, a construção de uma hidrelétrica de porte hoje poderia ser a solução ótima de (3.2) se houvesse a previsão de um rápido crescimento da demanda no futuro que assegurasse a utilização da energia adicionada. Entretanto, se a demanda futura for substancialmente menor que a prevista, a decisão do primeiro estágio não se justificaria.

### 3.4.2 Análise de sensibilidade

Essa abordagem parte do mesmo plano de expansão obtido na solução do problema (3.2) para as melhores previsões disponíveis. A partir daí, é feita uma análise de *sensibilidade* do custo de operação em relação a um espectro de variação dos parâmetros. Por exemplo, calcula-se o plano de expansão ótimo para uma determinada demanda prevista e, em seguida, calcula-se o custo de operação para duas outras hipóteses de mercado, digamos "alto" e "baixo". O objetivo é verificar se o plano é "robusto", isto é, se os resultados finais são sensíveis à variação de parâmetros de operação.

Esta abordagem é também atraente em termos intuitivos, pois tenta representar o fato de que o plano vai ser executado sob condições diferentes das previstas. Entretanto, há uma série de limitações tanto teóricas como práticas que prejudicam seus resultados:



- caso o custo de operação não seja sensível à variação dos parâmetros, pode-se afirmar que o plano é adequado; entretanto, caso o custo de operação seja sensível à variação dos parâmetros, não se pode afirmar nada. Além disto, é difícil estabelecer a sensibilidade "cruzada", isto é, examinar o efeito de mais de uma fonte de incertezas.
- a análise de sensibilidade só mede o efeito das incertezas em termos dos custos de operação, não levando em conta o fato de que o plano de expansão será ajustado ao longo do tempo à medida que surgem novas informações; por exemplo, se for observado após algum tempo que a demanda está acima do previsto, haverá provavelmente uma antecipação de obras; se a demanda estiver abaixo do previsto, haverá postergações.

### 3.4.3 Cenários

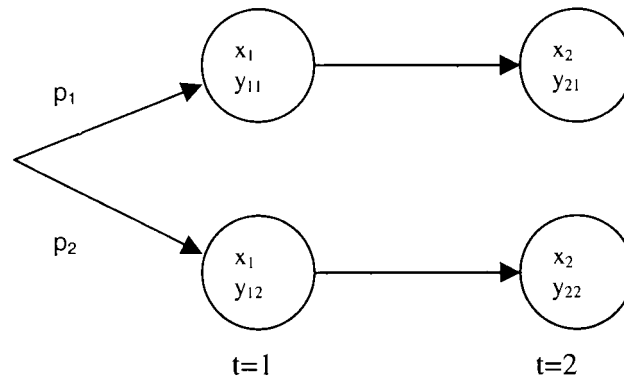
Nessa abordagem, estabelecem-se  $n$  cenários  $\{c_i, d_i, A_i, E_i, F_i, b_i, h_i\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Em seguida, calcula-se o plano ótimo através de (3.1) para cada cenário, obtendo-se um conjunto de soluções  $\{x_i^*\}$ ,  $i = 1, \dots, n$ . A partir deste conjunto de soluções, realizam-se vários tipos de análise. Por exemplo, se uma dada usina aparece como parte da solução ótima em todos os cenários conclui-se que essa usina é *robusta* e deverá fazer parte do plano de expansão.

A limitação dessa abordagem é a dificuldade de se obter um plano de expansão *único* que seja ótimo para *todos* os cenários a partir de planos ótimos calculados "sob medida" para cada cenário. As únicas exceções são as usinas robustas mencionadas acima que, por fazerem parte da solução ótima de cada cenário isoladamente, também fariam parte da solução global.

### 3.4.4 Otimização estocástica

A abordagem de otimização estocástica procura representar explicitamente as incertezas e o processo de decisão associado, tendo por objetivo determinar um único plano de expansão  $x^*$  cuja soma dos valores esperados do custo de investimento e do

custo de operação sob todos os cenários seja o mínimo possível. Suponha, por exemplo, que existam dois cenários, isto é, dois conjuntos de parâmetros  $\{c, d, A, E, F, b, h\}$ , com probabilidades  $p_1$  e  $p_2$ . Por facilidade de notação considera-se o problema com apenas dois estágios, que a taxa de atualização  $\beta$  é igual a 1 e que os custos de construção e operação são os mesmos em todos os estágios e cenários. A Figura 3-2 a seguir ilustra o exemplo.



**Figura 3-2 : Cronogramas de expansão para o problema estocástico com 2 estágios e 2 cenários com probabilidades  $p_1$  e  $p_2$ , onde  $p_1 + p_2 = 1$ .**

O problema estocástico é formulado como (DANTZIG, 1989):

$$z = \text{Min } c x_1 + c x_2 + p_1 (d y_{11} + d y_{21}) + p_2 (d y_{12} + d y_{22}) \quad (3.3)$$

sujeito a

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

$$A_2 x_2 \geq b_2$$

$$E_{11} x_1 + F_{11} y_{11} \geq h_{11}$$

$$E_{12} x_1 + F_{12} y_{12} \geq h_{12}$$

$$E_{11} x_1 + E_{21} x_2 + F_{21} y_{21} \geq h_{21}$$

$$E_{12} x_1 + E_{22} x_2 + F_{22} y_{22} \geq h_{22}$$

onde os índices  $tj$  se referem ao estágio  $t$  do cenário  $j$ .

O modelo (3.3) representa explicitamente a incerteza nos parâmetros de planejamento e procura determinar um plano de expansão que seja ótimo em média para todos os cenários representados. Observa-se que existe apenas um vetor de decisões de construção  $(x_1, x_2)$ , válido para todos os cenários, e dois vetores de decisões de operação  $(y_{11}, y_{21})$  e  $(y_{12}, y_{22})$ , específicos para cada cenário. Isto representa o fato de que as decisões de construção são tomadas antes de conhecidos os valores dos parâmetros (por exemplo, afluências e demandas futuras), enquanto que as decisões operativas são tomadas após estes valores serem observados. O primeiro tipo de decisão é conhecido como "aqui e agora" (*here-and-now*), enquanto que o outro tipo de decisão é chamado de "espere para ver" (*wait-and-see*). A função objetivo é a minimização da soma entre o custo de construção e o valor esperado dos custos de operação.

O modelo (3.3) representa as características básicas do planejamento probabilístico: para cada cronograma tentativo de expansão, simula-se a operação do sistema e calcula-se o custo de operação  $dy$  associado aos cenários, determinando-se o cronograma de obras de menor custo atualizado de construção e operação.

### **3.5 Extensões da Formulação Estocástica**

#### **3.5.1 Estratégia de Expansão - Minimização do Valor Esperado**

Embora a formulação estocástica (3.3) represente um avanço substancial em relação a formulação determinística (3.1), ela deixa de capturar alguns aspectos importantes do problema. O principal aspecto é que as decisões de investimento em cada estágio dependem dos valores de demanda, custos, etc. observados nos estágios anteriores. Em outras palavras, na *vida real* não há um cronograma de expansão único, que pode ser determinado *a priori* para todo o período de expansão no começo do primeiro estágio e sim uma *estratégia* de expansão, na qual as decisões de cada estágio dependem dos valores dos parâmetros dos estágios anteriores.

Pode-se fazer uma analogia entre a expansão estocástica e o cálculo da estratégia ótima de operação de um sistema hidrotérmico. A cada estágio, a decisão operativa (proporção ótima de geração hidrelétrica e térmica no sistema) depende do nível de armazenamento dos reservatórios e das afluições aos reservatórios no estágio anterior. Em outras palavras, as decisões de operação a cada estágio dependem das afluições, mercado, etc. ocorridas no passado. Da mesma forma, uma decisão de investimento hoje dependerá de valores ocorridos no passado como, por exemplo, a taxa de crescimento da demanda. Esse aspecto foi particularmente importante no setor elétrico brasileiro, devido ao longo tempo de construção das usinas hidrelétricas.

A formulação do problema de expansão estocástico com atualização das decisões de investimento será ilustrada para um problema de dois estágios, no qual há *um* cenário para o primeiro estágio e *dois* cenários para o segundo estágio.

Assim, considerando taxas de atualização unitárias e valores únicos para  $c$  e  $d$ , o problema de expansão estocástico é representado como:

$$z = \text{Min } c x_1 + d y_1 + p_{21} c x_{21} + p_{22} c x_{22} + p_{21} d y_{21} + p_{22} d y_{22} \quad (3.4)$$

sujeito a

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

$$A_2 x_{21} \geq b_{21}$$

$$A_2 x_{22} \geq b_{22}$$

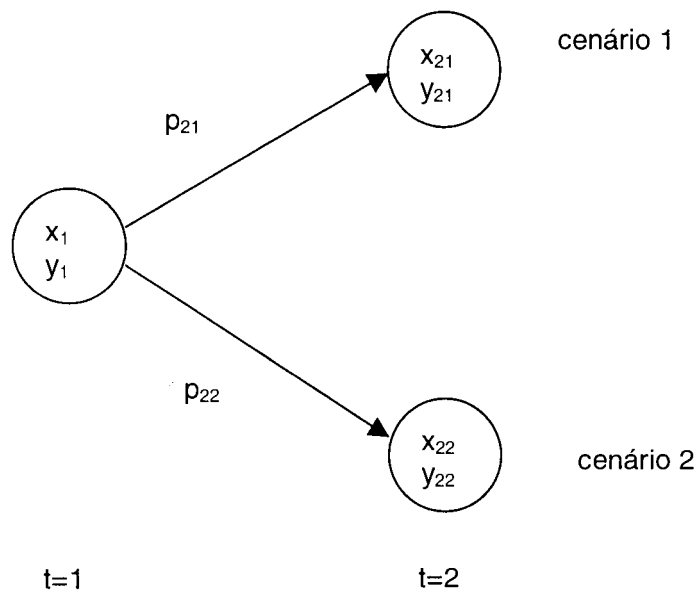
$$E_1 x_1 + F_1 y_1 \geq h_1$$

$$E_1 x_1 + E_{21} x_{21} + F_{21} y_{21} \geq h_{21}$$

$$E_1 x_1 + E_{22} x_{22} + F_{22} y_{22} \geq h_{22}$$

A formulação (3.4) representa o processo de atualização das decisões ao longo dos estágios. Assim como no modelo (3.3), a decisão  $x_i$  é tomada sem o conhecimento do cenário que vai ocorrer no segundo estágio (*here-and-now*); entretanto, ela agora leva em conta que este conhecimento estará disponível no segundo estágio e que as decisões de investimento naquele estágio serão tomadas sob medida (*wait-and-see*).

A Figura 3-3 a seguir ilustra o exemplo.



**Figura 3-3 : Estratégia de expansão do problema 3.4 (2 estágios de tempo com 1 cenário no primeiro e 2 cenários no segundo, com probabilidades respectivamente,  $p_{21}$  e  $p_{22}$ , onde  $p_{21} + p_{22} = 1$ ).**

Essa formulação permite representar vários aspectos importantes para o planejamento. Por exemplo, considerando-se simultaneamente vários cenários de previsão da demanda, a estratégia resultante levará em conta o benefício da *flexibilidade* (por exemplo, usinas de menor tempo de construção, capazes de se adaptar a diversos cenários, podem ser beneficiadas na otimização).

### 3.5.2 Estratégia de Expansão - Critério Minimax

O uso do valor esperado dos custos como critério de decisão em problemas estocásticos é adequado quando os fenômenos representados são de *alta frequência*, isto é, quando uma amostra representativa de todos os cenários ocorre ao longo do período de planejamento (OLADE-BID, 1993). Um exemplo desse tipo de fenômeno é o custo de operação de um sistema térmico composto de um grande número de unidades geradoras: ao longo de dez anos de operação; é provável que ocorram quase todas as combinações plausíveis de falha em unidades. Entretanto, isso não é verdade para fenômenos de baixa frequência, tais como a taxa de crescimento da demanda. Devido à

grande incerteza nesse valor, é de se esperar uma grande variância nos custos de investimento e operação associados a cada cenário. Como somente *um* desses cenários vai efetivamente ocorrer na *vida real*, deve-se questionar o significado de decisões de investimento que são ótimas em média para todos os cenários.

Uma maneira de representar os efeitos no custo da expansão de fenômenos estocásticos de baixa frequência consiste em calcular o prejuízo, ou *arrependimento*, associado a cada combinação de decisão e cenário. O arrependimento de uma decisão qualquer para um cenário específico é definido como a diferença entre o seu custo e o custo de uma decisão *sob medida* para este cenário.

O critério *Minimax*, ou critério de *Savage* (HALTER & DEAN, 1971), tem como objetivo minimizar o máximo dos arrependimentos associados aos diversos cenários. Utilizando-se esse critério no exemplo (3.4) tem-se:

$$z = \quad \text{Min} \quad \gamma \quad (3.5.a)$$

sujeito a:

$$\gamma \geq c x_1 + c x_{21} + d y_1 + d y_{21} - \zeta_1 \quad (3.5.b)$$

$$\gamma \geq c x_1 + c x_{22} + d y_1 + d y_{22} - \zeta_2 \quad (3.5.c)$$

$$A_1 x_1 \geq b_1 \quad (3.5.d)$$

$$A_2 x_{21} \geq b_{21} \quad (3.5.e)$$

$$A_2 x_{22} \geq b_{22} \quad (3.5.f)$$

$$E_1 x_1 + F_1 y_1 \geq h_1 \quad (3.5.g)$$

$$E_1 x_1 + E_{21} x_{21} + F_{21} y_{21} \geq h_{21} \quad (3.5.h)$$

$$E_1 x_1 + E_{22} x_{22} + F_{22} y_{22} \geq h_{22} \quad (3.5.i)$$

onde  $\zeta_1$  é o custo ótimo para o problema determinístico associado ao cenário 1 e onde  $\zeta_2$  é o custo ótimo para o problema determinístico associado ao cenário 2, isto é:

$$\zeta_i = \text{Min} \quad c x_1 + c x_{2i} + d y_1 + d y_{2i} \quad (3.6)$$

sujeito a:

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

$$A_2 x_{2i} \geq b_{2i}$$

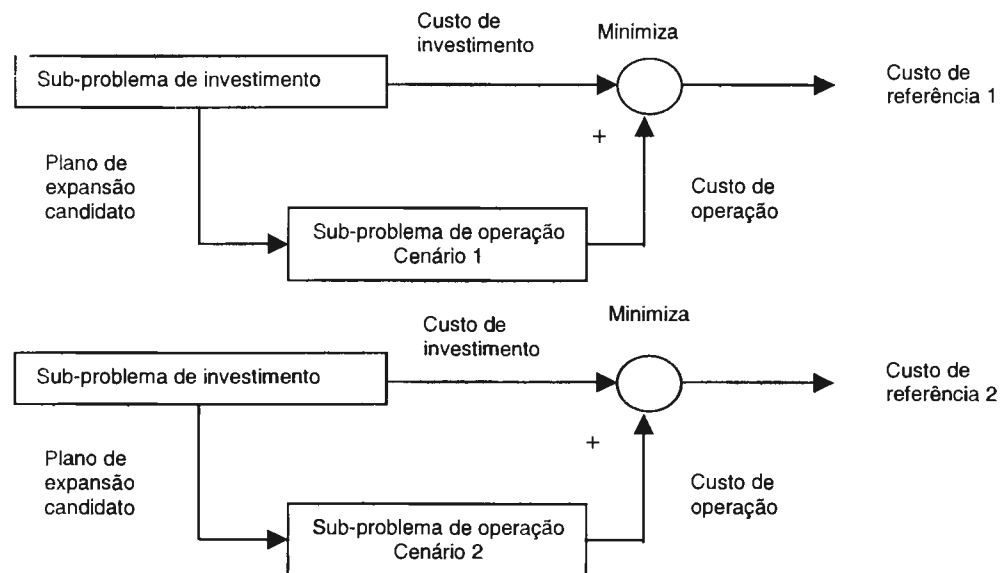
$$E_1 x_1 + F_1 y_1 \geq h_1$$

$$E_1 x_1 + E_{2i} x_{2i} + F_{2i} y_{2i} \geq h_{2i}$$

$i=1,2.$

As restrições (3.5.b) e (3.5.c) representam os arrependimentos associados aos cenários 1 e 2. Como  $\gamma$  deve ser maior ou igual a cada arrependimento, é maior ou igual ao máximo arrependimento. Como o objetivo é minimizar  $\gamma$ , então  $z$  será igual ao mínimo dos máximos arrependimentos.

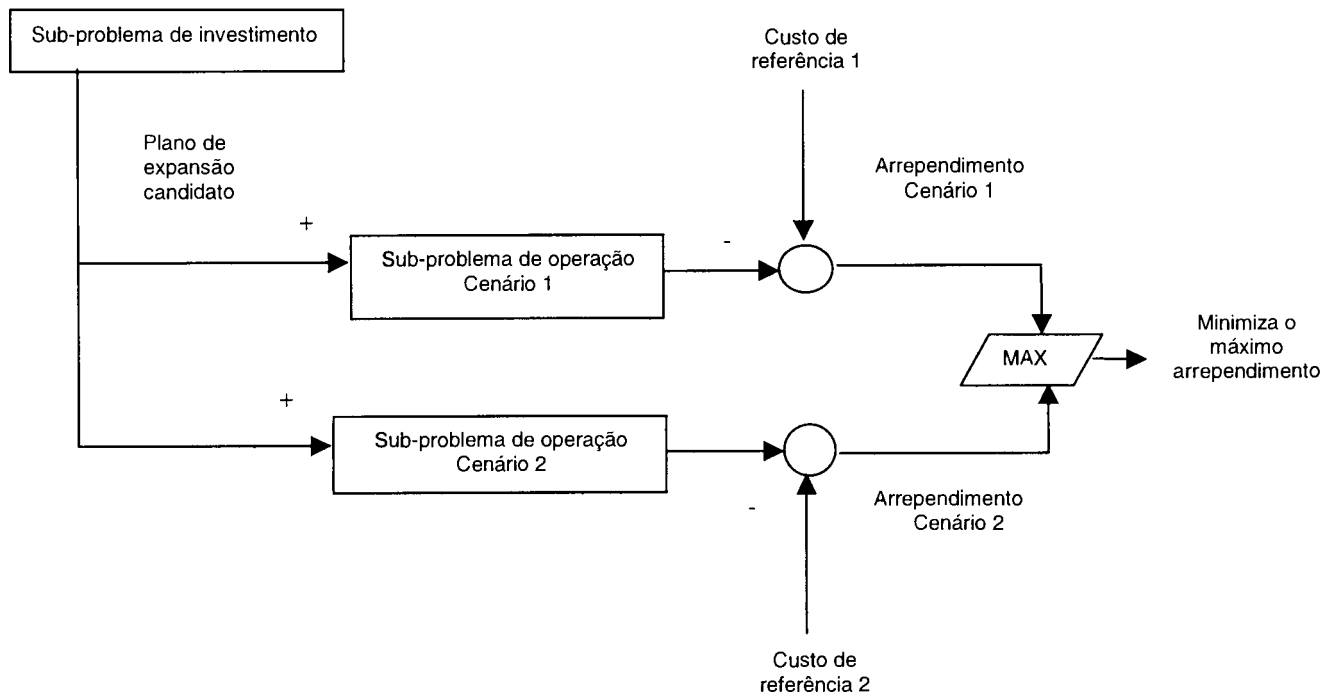
O processo de planejamento da expansão com o critério Minimax é implementado em duas fases. Na primeira, são calculados *custos de referência*, por meio de uma otimização *determinística* para cada cenário, como mostra, para 2 cenários, a Figura 3-4.



**Figura 3-4 : Fase 1 do critério de Savage para o problema 3.5-a, com dois cenários de demanda.**

Fonte: Elaboração própria baseada em relatórios do CEPEL.

Na segunda, estes custos de referência são utilizados no cálculo dos arrependimentos associados aos planos candidatos, como mostra a Figura 3-5. O objetivo é encontrar o plano que minimiza o máximo arrependimento.



**Figura 3-5 : Fase 2 do critério de Savage para dois cenários de demanda.**

Fonte: Elaboração própria baseada em relatórios do CEPEL.

O critério Minimax, ou critério de Savage, foi utilizado para a elaboração MODPIN – Modelo de Planejamento sob Incertezas, desenvolvido pelo CEPEL. A metodologia, as heurísticas e os critérios para a implementação do algoritmo de solução do problema são descritos no capítulo 6.



## 4 Os Algoritmos Genéticos

### 4.1 Contextualização

Os pioneiros da ciência da computação - Alan Turing, John von Neumann, Norbert Wiener dentre outros - estavam interessados tanto em biologia e psicologia quanto em eletrônica e olhavam para os sistemas naturais como metáforas a serem seguidas para alcançar seus objetivos (MITCHELL, 1996). Por conseguinte, desde os primeiros dias, os computadores foram utilizados não apenas para calcular trajetórias de mísseis e decifrar códigos militares, mas também para modelar o cérebro, imitar o aprendizado humano e simular a evolução biológica. Essas atividades computacionais motivadas pela biologia cresceram e diminuíram ao longo dos anos, mas desde o início dos anos 80, todas elas sofreram um processo de ressurgimento na comunidade de pesquisa computacional. A primeira foi no campo dos "sistemas especialistas", o segundo com as redes neurais e o terceiro no que está sendo chamado hoje de "computação evolucionária", no qual os algoritmos genéticos são o exemplo mais proeminente.

Além dos algoritmos genéticos, mais outras duas abordagens se desenvolveram paralelamente: a programação evolucionária e as estratégias evolucionárias. Embora essas três abordagens estejam fortemente relacionadas, elas são independentes e, juntas, formam a chamada computação evolucionária. A programação evolucionária foi proposta inicialmente como uma tentativa de criar inteligência artificial, enquanto que as estratégias evolucionárias foram concebidas originalmente com o objetivo de resolver problemas de otimização de parâmetros contínuos e discretos difíceis, principalmente oriundos de aplicações práticas (BÄCK *et al.*, 1997).

Nos anos 50 e 60, a teoria da evolução de Darwin começou a ser considerada como uma possível ferramenta de otimização para problemas de engenharia. A idéia desses sistemas era de evoluir uma população de soluções candidatas a resolver um problema dado, usando operadores inspirados na variação genética e na seleção natural. Essencialmente, a evolução se dava mudando-se aleatoriamente as soluções e escolhendo-se a mais apta a solucionar o problema.

Por que usar a evolução como uma inspiração para resolver problemas computacionais? Para pesquisadores de computação evolucionária, os mecanismos da evolução parecem ser seguidos em alguns dos mais importantes problemas computacionais em diversos campos. Muitos desses problemas requerem a determinação da solução ótima num espaço de busca muito grande. Frequentemente, é necessário tanto um paralelismo computacional (i.e., muitos processadores avaliando soluções/estratégias ao mesmo tempo) quanto uma estratégia inteligente para escolher o próximo conjunto de seqüências a serem avaliadas.

Além disso, diversos problemas computacionais necessitam, para que possam ser resolvidos, de programas adaptativos - que mantenham um bom desempenho num ambiente mutante. Outros problemas requerem que os programas sejam inovativos - capazes de construir algo verdadeiramente novo e original, tal como um novo algoritmo para executar uma tarefa ou mesmo uma nova descoberta científica. Finalmente, muitos problemas computacionais demandam soluções complexas que são difíceis e trabalhosas de programar. Um exemplo relevante é o problema da chamada inteligência artificial (IA). Até recentemente os estudiosos de IA acreditavam que codificar precisamente as regras era o que conferia inteligência a um programa; os sistemas especialistas foram o resultado desse otimismo precoce. Hoje em dia, numerosos pesquisadores de IA acreditam que as "regras-base" da inteligência são complexas demais para os cientistas decodificarem de uma forma *top-down*. Ao contrário, eles acreditam que o melhor caminho para a inteligência artificial seria um enfoque *bottom-up*, no qual são escritas regras muito simples. Comportamentos complexos tais como inteligência emergem da interação e da aplicação maciçamente paralela dessas regras simples. O conexionismo (i.e., o estudo dos programas de computadores inspirados nos sistemas neuronais) é um exemplo dessa filosofia; a computação evolucionária é um outro exemplo. No conexionismo, as regras são, tipicamente, difusão da ativação (neurônio ligado ou desligado) e fortalecimento ou enfraquecimento das conexões numa rede neuronal. Caso um determinado neurônio esteja contribuindo para a melhoria do desempenho da rede, ele é ativado com um certo "peso"; caso contrário, o valor desse "peso" diminui ou o neurônio é desligado. O comportamento emergente esperado é um modelo sofisticado de reconhecimento e aprendizado. O termo conexionismo está ligado à idéia de que o aprendizado e a eficiência da rede estão nas conexões e não nos neurônios em si. Na computação

evolucionária, as regras são tipicamente a "seleção natural" com variações devidas ao operador *crossover* e/ou à mutação (ambos serão descritos no próximo item). O comportamento emergente esperado é a obtenção de soluções de alta qualidade para problemas difíceis e a habilidade de adaptar essas soluções face ao ambiente variável.

A evolução biológica (teoria de Darwin) é uma fonte atraente de inspiração para tratar esses problemas. A evolução, de fato, é um método de busca entre um grande número de possibilidades de soluções. Na biologia, o enorme conjunto de possibilidades é aquele das seqüências genéticas possíveis e as soluções desejadas são os organismos mais adaptados - organismos mais capazes de sobreviverem e de se reproduzirem em seus ambientes. A evolução pode ser vista como um método de criação de soluções inovadoras para problemas complexos. Por exemplo, o sistema imunológico dos mamíferos é uma maravilhosa solução desenvolvida para o problema dos micróbios invadindo o organismo. Visto dessa forma, o mecanismo da evolução pode inspirar métodos computacionais de busca. É claro que a aptidão (*fitness*) de um organismo biológico depende de muitos fatores - por exemplo, o quanto ele pode resistir às intempéries de seu ambiente ou o quanto ele pode competir ou cooperar com os outros organismos em volta dele. O critério de adaptabilidade muda constantemente conforme o organismo evolui, logo, a evolução busca um conjunto de possibilidades constantemente variável. Essa busca por soluções face a condições variáveis é precisamente o que é necessário para programas de computadores que sejam adaptativos. Na maioria dos problemas práticos de hoje, no entanto, a função de *fitness* é a mesma ao longo do processamento.

Além dessas características, o processo de evolução é um método de seleção maciçamente paralelo: ao invés de trabalhar com uma espécie a cada vez, a evolução testa e modifica milhões de espécies em paralelo. Finalmente, as "regras" de evolução são muito simples: as espécies evoluem a partir de uma variação aleatória (via mutação, *crossover* e outros operadores genéticos), seguidas pela seleção natural na qual o organismo mais adaptado tende a sobreviver e a se reproduzir, propagando, então, seu material genético para gerações futuras. Essas regras simples seriam responsáveis em grande parte, de acordo com a mesma teoria da evolução, pela extraordinária variedade e complexidade que podemos ver na biosfera.

Embora a computação evolucionária tenha suas origens no fim dos anos 50, o campo permaneceu relativamente desconhecido da grande comunidade científica por quase 3 décadas. Isso foi devido principalmente à falta de plataformas poderosas de computadores nessa época (BÄCK *et al.*, *op. cit.*).

Mas foi o trabalho de Holland juntamente com Rechenberg e Schwefel que serviu para mudar lentamente esse cenário a partir dos anos 60 e 70. Observou-se, então, um impressionante e permanente crescimento de publicações e conferências nesse campo, numa demonstração da relevância não apenas científica como também econômica desse assunto.

Os algoritmos genéticos (AG's) foram criados por John Holland e desenvolvidos por ele, seus colegas e alunos na universidade de Michigan. Ao contrário das estratégias de evolução e da programação evolucionária, o objetivo inicial de Holland não era o de criar algoritmos para resolver problemas específicos, mas para estudar formalmente o fenômeno da adaptação, assim como ele ocorre na natureza e desenvolver formas nas quais os mecanismos da adaptação natural possam ser importados para sistemas de computadores. No entanto, os AG's são uma imitação extremamente pálida e simplificada desse processo real e extremamente complexo (e, em sua maior parte, efetivamente, desconhecido).

Na realidade, Holland desenvolveu sua teoria sobre os AG's baseada em considerações acerca de um conceito mais geral: os sistemas complexos. Com base na análise do comportamento de sistemas complexos nos mais diversos campos (por exemplo, na biologia, em controle e na inteligência artificial), HOLLAND (1992) discorre sobre a adaptação desses sistemas: *"The first technical descriptions and definitions of adaptation come from biology. In that context adaptation designates any process whereby a structure is progressively modified to give better performance in its environment. The structures may range from a protein molecule to a horse's foot or a human brain or, even, to an interacting group of organisms such as the wildlife of the African veldt. Defined more generally, adaptive processes have a critical role in fields as*

*diverse as psychology ("learning")<sup>1</sup>, economics, ("optimal planning") control, artificial intelligence, computational mathematics and sampling ("statistical inference")*".

In (WALDROP, 1993), Holland enumera cinco características comuns aos sistemas complexos (aí incluídos cérebros, economias, sistemas imunológicos, ecologias, células, embriões ou formigas):

1. Cada um desses sistemas é uma rede de "agentes" agindo em paralelo. Em um cérebro, os agentes são células nervosas, numa ecologia, os agentes são espécies. Numa economia, os agentes podem ser indivíduos ou empresas. Mas, qualquer que seja a forma de defini-los, cada agente encontra-se num ambiente produzido por suas interações com outros agentes do sistema. Ele está constantemente agindo e reagindo com o que os outros agentes estão fazendo. Este é o motivo pelo qual nada é fixo nesse ambiente.
2. O controle de um sistema adaptativo complexo tende a ser muito disperso. Não existe um neurônio mestre no cérebro, por exemplo, nem tampouco existe alguma célula mestre num embrião. Se existir algum comportamento coerente no sistema, ele surgirá a partir da competição e da cooperação entre os próprios agentes.
3. Sistemas adaptativos complexos estão constantemente revisando e rearranjando seus *building blocks*<sup>2</sup>, conforme eles ganham experiência. Sucessivas gerações de organismos irão modificar e rearranjar seus tecidos ao longo do processo de evolução. Em algum nível, o nível fundamental, todos esses processos de aprendizado, evolução e adaptação são os mesmos.
4. Todo sistema complexo adaptativo está constantemente fazendo previsões baseadas em seus modelos internos do mundo. Esses modelos são muito mais do que máquinas copiadoras passivas. Eles são ativos. Como subrotinas num programa de computador, eles passam a existir numa dada situação e agem, produzindo comportamento no sistema. Modelos internos são como *building blocks*

---

<sup>1</sup> PIAGET (1973), na sua teoria do conhecimento científico, propõe que o conhecimento é adquirido pela construção do pensamento, interação com o meio ambiente e "pay-off" dessa interação. Na analogia com os sistemas complexos, as idéias (ou fragmentos delas) seriam estruturas de aprendizado, ainda pequenos nas crianças, mas que aumentariam de tamanho e complexidade com o amadurecimento do cérebro e com as inúmeras interações com o meio-ambiente.

<sup>2</sup> *Building blocks* podem ser entendidos como estruturas internas de um agente cujas complexidades crescem ao longo do processo evolutivo e são responsáveis pela aquisição de adaptabilidade, ou *fitness*, a um ambiente. Conforme será visto mais detalhadamente adiante, Holland atribui à teoria dos *building blocks* a razão do bom desempenho dos algoritmos genéticos.

do comportamento. E como outros *building blocks*, eles podem ser testados, refinados e rearranjados conforme o sistema ganha experiência.

5. Finalmente, os sistemas adaptativos complexos têm tipicamente nichos, sendo que cada um pode ser explorado por agentes adaptados a esse nicho. Então, o mundo econômico tem um lugar para programadores de computador, bombeiros, fábricas de aço e lojas de animais, assim como a floresta tem lugar para os chimpanzés e as borboletas. Então, novas oportunidades estão sempre sendo criadas pelos sistemas. E isso significa, conseqüentemente, que não há sentido em se falar em um sistema adaptativo complexo em equilíbrio: o sistema nunca chegará a esse equilíbrio. Ele estará sempre em transição.

Holland *in* (WALDROP, idem) discorre sobre essa ausência de equilíbrio em sistemas complexos e aponta a necessidade de ferramentas computacionais para lidarem com esse ambiente em constante evolução: *"In fact, if the system ever does reach equilibrium, it isn't just stable, it's dead. And by the same token, there's no point in imagining that the agents in the system can ever "optimize" their fitness, or their utility, or whatever. The space of possibilities is too vast; they have no practical way of finding the optimum. The most they can ever do is to change and improve themselves relative to what the other agents are doing. In short, complex adaptive systems are characterized by perpetual novelty. (...) What you need are mathematics and computer simulation techniques that emphasize internal models, the emergence of new building blocks, and the rich web of interactions between multiple agents."*

GOLDBERG (1989) chama atenção para a importância da reprodução e do *crossover*: a ênfase combinada na reprodução e na informação estruturada (*building block*), embora com um componente aleatório devido ao *crossover*, dá ao AG muito do seu poder. Como podem 2 simples mecanismos (*crossover* e reprodução), ainda que de implementação fácil, resultarem num mecanismo de busca rápido e robusto?

A resposta já havia sido dada pelo matemático Hadamard *in* (idem): *"We shall see a little later that the possibility of inputting discovery to pure chance is already excluded... On the contrary, that there is an intervention of chance but also a necessary work of unconsciousness, the latter implying and not contradicting the former... Indeed, it is*

*obvious that invention or discovery be it in mathematics or anywhere else, takes place by combining ideas."*

Ou seja, Goldberg, ao citar Hadamard, faz uma analogia da evolução com o processo da descoberta. Os mecanismos de *crossover* e reprodução (seleção) no processo da evolução exerceriam papéis semelhantes respectivamente ao acaso e ao trabalho inconsciente no processo da descoberta. No primeiro processo, o resultado é a emergência de soluções progressivamente melhores e, no segundo, o surgimento de novas descobertas.

A tentativa de se compreender um processo de descoberta é, entretanto, criticada por POPPER (1968): "*There is no such things as a logical method of having new ideas, or a logical reconstruction of this process. My view may be expressed by saying that every discovery contains an 'irrational element' or a 'creative intuition'*". Acredita que a questão de como ocorre uma nova idéia a um homem (seja ela uma música, uma peça de teatro ou uma teoria científica) concernem à psicologia empírica mas não à lógica da aquisição do conhecimento científico. Essas reflexões, mostram que a migração de conceitos (evolução para processo da descoberta), embora traga *insights* importantes, deve ser feita de forma cuidadosa.

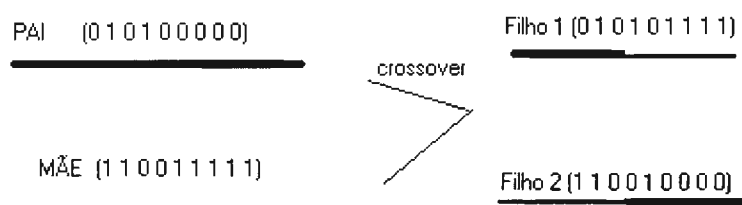
## **4.2 Conceituação**

O AG de Holland é um método para evoluir, a partir de uma população inicial de soluções possíveis representadas pelos cromossomas (em geral, *strings* de zeros e uns, ou *bits*) para uma nova população usando um tipo de filtragem das soluções cuja analogia com a teoria da evolução é dada pela "seleção natural" das soluções (ou cromossomas) mais bem adaptadas ao "meio". Essa seleção é feita pela avaliação da aptidão (ou *fitness*) do cromossoma que pode ser quantificada (e geralmente o é em problemas de otimização) por meio de uma função objetivo do problema.

A função de aptidão (ou de avaliação do cromossoma) é a ligação entre o algoritmo genético e o problema a ser resolvido. Utiliza um cromossoma como *input* e devolve um número - ou uma lista de números - que é uma medida do desempenho do cromossoma

no problema a ser resolvido. A função de avaliação atua no AG da mesma maneira que o ambiente na evolução natural. A interação de um indivíduo com o seu ambiente fornece uma medida de sua aptidão. A interação de um cromossoma com uma função de avaliação fornece também uma medida da sua aptidão, cujo valor o AG utilizará para realizar o processo de reprodução.

Paralelamente ao mecanismo de seleção, o AG desenvolve um processo de busca exploratória utilizando operadores inspirados na genética: essencialmente *crossover* e mutação. Cada cromossoma é constituído de "genes" (*bits*), cada gene sendo um exemplo de um alelo específico (por exemplo 0 ou 1). O operador de seleção escolhe os cromossomas na população que serão permitidos de se reproduzirem e, na média, os cromossomas mais adaptados produzirão uma prole mais numerosa do que os menos adaptados. O *crossover* (Figura 4-1) troca subpartes de dois cromossomas, imitando aproximadamente a recombinação biológica entre dois organismos representados por esses cromossomas únicos. A mutação altera aleatoriamente os valores dos alelos (ou *bits*) em algumas posições no cromossoma. Por exemplo, o cromossoma (1 1 1 1 1 1 1 1), poderia ser alterado para (1 1 1 1 0 1 1 1), pelo operador mutação.



**Figura 4-1 : *Crossover* em um único ponto**

Fonte: Elaboração própria

Assim como a natureza, os AG's de Holland resolvem problemas de encontrar bons cromossomas pela manipulação cega do material genético dos cromossomas. Também como a natureza, eles nada sabem sobre o tipo de problema que estão resolvendo. A



única informação que recebem é uma avaliação de seus cromossomos produzidos e a única utilização da avaliação é a de enviesar a seleção dos cromossomos, de forma que aqueles que obtiverem melhor avaliação tendem a se reproduzir mais freqüentemente do que os que foram pior avaliados.

Um AG básico pode ser sintetizado nos seguintes passos:

- 1 - Inicialize uma população de cromossomos.
- 2 - Avalie cada cromossomo na população.
- 3 - Crie novos cromossomos acasalando os cromossomos existentes; aplique *crossover* e mutação nos cromossomos-pais acasalados.
- 4 - Elimine os membros da população para fazer espaço para novos cromossomos.
- 5 - Avalie os novos cromossomos e, então, insira os novos mais bem adaptados na população.
- 6 - Se o tempo tiver acabado ou um certo nível de aptidão for atingido pare e forneça o melhor cromossomo; caso contrário volte ao passo 3.

A idéia de encontrar, entre um grupo de soluções candidatas, aquela que resolve um dado problema de otimização é tão comum que recebeu um nome específico: procura num “espaço de busca” (MITCHELL, 1996). Aqui o termo “espaço de busca” se refere ao conjunto de possíveis soluções de um problema no qual alguma noção de “distância” (métrica) é definida, de modo a avaliar diferentes soluções. Um algoritmo de busca num espaço é um método de escolher quais soluções candidatas devem ser testadas em qual estágio da busca. Em muitos casos, a próxima (ou as próximas) solução(ões) a ser(em) testada(s) dependerá(ão) dos resultados dos testes das seqüências anteriores.

GOLDBERG (*op. cit.*) lista três tipos mais tradicionais de métodos de busca: baseado em técnicas do cálculo matemático (a busca é feita levando-se em conta, por exemplo, o valor do gradiente da função objetivo, como no *hill-climbing*), enumerativo (lista todas as soluções e, por isso, só apresenta bons resultados se o espaço de busca for pequeno) e aleatório (busca uma solução aleatoriamente, guardando o melhor resultado, e fazendo pequenas variações ao acaso nesse melhor resultado).

Os AG's assumem que soluções candidatas "pais" de alta qualidade de diferentes regiões do espaço de busca podem ser combinadas via *crossover* para, por um critério de aptidão que não muda ao longo das gerações, produzir soluções candidatas "filhas" de qualidade ainda mais alta. A idéia de evolução movendo as populações ao longo de uma "superfície de aptidão" imutável, no entanto, é biologicamente irreal. Em particular, um organismo não pode ter uma aptidão independente dos outros organismos do meio-ambiente. Com a mudança da população, as aptidões de genótipos particulares também mudam. Em outras palavras, no mundo real, a "superfície de aptidão" não pode ser separada dos organismos que habitam o mesmo meio-ambiente.

A introdução feita por Holland de um algoritmo baseado numa população com *crossover* e mutação foi sua maior inovação. No entanto, quem chamou a atenção para o enorme valor dos AG's como ferramenta de cálculo para problemas reais de engenharia foi seu aluno David E. Goldberg, que fez a primeira grande aplicação prática dos AG's, tendo inclusive ganho o prêmio 1985 NSF Presidential Young Investigator Award por seu trabalho na tese de doutorado. Sua dissertação investigou o uso dos AG's e dos sistemas classificadores no controle da transmissão em gasodutos.

Um sistema classificador é um mecanismo de aprendizado baseado numa sintaxe formada por cadeias de regras simples (chamados classificadores) cuja finalidade é guiar o desempenho do sistema num determinado ambiente. É constituído de três componentes principais (GOLDBERG, *op. cit.*):

1. Um sistema de regras e mensagens.
2. Um sistema de distribuição de crédito.
3. Um algoritmo genético.

O sistema de regras e mensagens de um sistema classificador é um tipo especial de *sistema de produção*. O sistema de produção é um esquema computacional que usa regras apenas como um mecanismo algorítmico. Embora haja uma grande variação na sintaxe de sistemas de produção, as regras são geralmente da seguinte forma:

Se < condição > então < ação >.

Uma regra de produção associa a execução de determinada ação (a regra é "disparada") quando uma condição é satisfeita. Conforme o desempenho da regra no ambiente, ela recebe um crédito. Então, por meio da aplicação dos operadores de

seleção, *crossover* e mutação do AG, é produzida nova população de regras candidatas, que servirá de *input* para o “sistema de regras e mensagens” e assim por diante até que um determinado critério de parada seja atendido.

Ao contrário do que ocorre nos sistemas especialistas tradicionais, onde o valor atribuído a uma regra relativamente a outra regra é fixado pelo programador, em conjunto com o especialista ou grupo de especialistas a ser emulado, num sistema de aprendizado, como o sistema classificador, tanto as regras, como os seus valores relativos são gerados endogenamente. O conceito que rege um sistema classificador é o de que o valor relativo de regras diferentes é uma das peças-chave da informação que deve ser aprendida.<sup>3</sup>

A teoria tradicional dos AG's assume que, num nível de descrição muito geral, os algoritmos genéticos funcionam por meio da descoberta, ênfase e recombinação de bons *building blocks* de soluções numa forma altamente paralelizada. A idéia aqui é que boas soluções tendem a ser compostas por bons *building blocks* (combinações de valores dos genes que conferem uma maior aptidão aos cromossomas nos quais estão presentes).

Holland definiu os *schemas* (ou *schemata*) para formalizar a noção informal de *building blocks*. Um *schema* é um conjunto de cadeias de *bits* que podem ser descritos por um *template* formado de zeros e uns e asteriscos, sendo que os asteriscos representam valores quaisquer. Por exemplo, o *schema*  $H=1****1$  representa o conjunto de todos os *bit strings* que se encaixam nessa forma (por exemplo 100111 e 110011) são exemplos de H. Diz-se que o *schema* H tem 2 *bits* definidos (não-asteriscos) ou, equivalentemente, é de ordem 2. Seu comprimento (a distância entre os *bits* definidos mais externos) é 5. Baseado nesses conceitos, Holland desenvolve o “Schema Theorem”, que descreve o crescimento de um *schema* de uma geração para a seguinte. O “Schema Theorem” é freqüentemente interpretado como: cromossomas com *schemas* curtos e de baixa ordem, cujas aptidões ficam acima da média receberão um número exponencialmente crescente de ocorrências ao longo do tempo (o tamanho

---

<sup>3</sup> Para maiores detalhes sobre os sistemas classificadores ver GOLDBERG (*op. cit.*), onde o autor os compara aos sistemas especialistas tradicionais.

desses *schemas* também cresce). E, analogamente, cromossomas com *schemas* cujas aptidões ficam abaixo da média tenderão a ocorrer menos freqüentemente.

Essa característica do AG tem sido descrita por Holland como *paralelismo intrínseco*, no sentido de que o algoritmo está manipulando um grande número de *schemas* em paralelo.

A análise de Holland sugere que a seleção direciona crescentemente a busca em subconjuntos do espaço cuja aptidão estimada se situa acima da média. O mecanismo de *crossover* junta *building blocks* de alta aptidão num mesmo cromossoma e cria, assim, cromossomas com aptidões cada vez melhores. Por outro lado, a mutação garante que a diversidade genética não seja perdida irremediavelmente.

Holland formula a adaptação como uma tensão entre “exploração” (a busca por adaptações novas e úteis) e “exploração” (a utilização e propagação dessas adaptações). A tensão surge quando qualquer movimento no sentido da exploração – teste de *schemas* previamente desconhecidos ou de *schemas* cujas instâncias anteriores apresentaram baixa aptidão – prejudica a exploração de *schemas* já tentados e úteis. Em qualquer sistema (por exemplo, uma população de organismos) que tenha de enfrentar ambientes com algum grau de imprevisibilidade, um balanço ótimo entre exploração e exploração deve ser encontrado. O sistema deve continuar experimentando novas possibilidades (mais ainda, deveria estar robustamente adaptado perante situações novas), mas deve também incorporar e usar continuamente as experiências passadas como guia para o comportamento futuro.

A teoria dos *schemas* de Holland assume cromossomas binários e *crossover* em um único ponto. *Schemas* úteis, definidos por Holland, são uma classe de subconjuntos de cromossomas binários de elevada aptidão que evitam destruição pelo *crossover* em um ponto e, então, podem sobreviver e se recombinar com outros *schemas*.

A análise dos *schemas* de Holland demonstram que o AG atinge, de fato, um balanço próximo do ótimo (MITCHELL, 1996). O equilíbrio entre exploração e exploração pode ser instrutivamente modelado num cenário simples: o chamado problema do “Two-

*armed Bandit*" ou "Caça-níqueis de dois braços"<sup>4</sup>, que será descrito a seguir. Um jogador recebe  $N$  moedas para apostar numa máquina do tipo caça-níquel com dois braços. (Uma máquina convencional desse tipo teria apenas um braço). Os braços são chamados  $A_1$  e  $A_2$  e devem ter taxas de recompensa média (por tentativa)  $\mu_1$  e  $\mu_2$  e variâncias respectivas  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . O processo de recompensa dos dois braços são ambos estacionários e independentes um do outro, o que significa que as taxas de recompensa média não variam no tempo. O jogador não conhece essas taxas de recompensa ou suas variâncias; apenas pode estimá-las apostando moedas nos diferentes braços e observando a recompensa obtida em cada um. Ele não tem nenhuma informação *a priori* sobre qual braço vai ser provavelmente o melhor. Seu objetivo é, obviamente, maximizar sua recompensa total ao longo das  $N$  tentativas. Qual deveria ser sua estratégia para distribuir suas tentativas em cada braço, dadas suas estimativas correntes (das recompensas recebidas até então) das médias e dos desvios-padrão? Note-se que o objetivo não é meramente arriscar qual braço tem uma taxa de recompensa maior, mas maximizar a recompensa total, enquanto se ganha informação, por meio da distribuição de amostras pelos dois braços. Esse critério de desempenho para otimizar uma função é chamado "*on-line*", uma vez que a recompensa de cada tentativa conta na avaliação final do desempenho. Esse conceito contrasta com o critério de desempenho mais usual "*off-line*", onde a avaliação do desempenho de um método de otimização depende apenas se o ótimo global foi ou não encontrado (ou do nível de aptidão mais elevado atingido) após um número dado de tentativas, independentemente da recompensa (aptidão) das amostras intermediárias (MITCHELL, *idem*).

Com a sua solução analítica para o problema do "*Two-Armed Bandit*", Holland sugere que, à medida que se agrega mais informação devido à amostragem, a estratégia ótima é aumentar exponencialmente a probabilidade de usar o braço "aparentemente-melhor" em relação à probabilidade de testar o braço "aparentemente-pior" do caça níqueis. Fazendo uma analogia com o teorema dos *schemas*, a recompensa observada de um *schema*  $H$  é simplesmente sua aptidão média observada. Holland afirma (apoiado no Teorema dos *Schemas*) que, no AG, um estratégia próxima da ótima para sortear

---

<sup>4</sup> O problema "*Two-armed bandit*", cuja tradução é literalmente "Bandido de duas armas", é equivalente ao problema do caça-níqueis com dois braços descrito no texto.

amostras dos *schemas* surge implicitamente, o que leva à maximização do desempenho “on-line”.

Os AG's têm sido amplamente utilizados por cientistas da computação e engenheiros para resolver problemas práticos. Contudo, o trabalho original de John Holland tinha como objetivo não apenas desenvolver sistemas de computador adaptativos para resolver problemas mas também para iluminar, via modelos computacionais, os mecanismos da evolução natural (MITCHELL, *idem*). Mas, apesar de as descobertas dos biólogos evolucionistas terem inspirado o campo dos AG's, essa influência foi e continua sendo unidirecional, isto é, da biologia para os modelos computacionais, mas não vice-versa.

Embora os AG's sejam simples de descrever e programar, seu comportamento pode ser complicado e muitas questões permanecem abertas sobre como eles funcionam e para qual tipo de problema devem ser recomendados.

#### **4.3 Definição dos critérios e parâmetros de um algoritmo genético**

A definição de critérios de seleção, *crossover* e mutação são elementos muito importantes num AG. Existem diversos tipos de seleção, sendo os mais usuais:

- **Roleta:** Na seleção proporcional proposta no SGA (*Simple Genetic Algorithm*, o AG básico, conforme GOLDBERG, 1989), um cromossoma com aptidão  $f_i$  recebe  $f_i/f_m$  descendentes, onde  $f_m$  é a aptidão média da população. O critério de seleção mais utilizado para implementar a seleção proporcional é o método da roleta. Para cada cromossoma é destinado um setor de uma roleta (corresponderia a uma roleta viciada de um cassino) cujo ângulo no centro do círculo é dado por  $2\pi f_i/f_m$ . Um cromossoma recebe um descendente se um número gerado aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$  cai no setor correspondente ao cromossoma. O algoritmo seleciona os cromossomas até que a nova população seja inteiramente preenchida. No entanto, o número de descendentes alocados só corresponde ao valor esperado se o tamanho da população é muito grande. Para evitar convergência prematura a super-indivíduos – aqueles com aptidão muito superior aos outros mas que podem

corresponder a um ótimo local - usualmente, são utilizados mecanismos de escalonamento da população (redefinição dos valores das aptidões).

- *Ranking*: Esse método constrói uma fila dos cromossomas baseada no valor de suas aptidões escalonadas linearmente. A posição do cromossoma na fila é feita de acordo com seu valor de aptidão escalonado (o valor absoluto da aptidão não controla diretamente o número de descendentes). A população é preenchida fazendo-se sorteios de forma que, quanto mais próximo da posição 1 o cromossoma se encontra, maiores suas chances de gerar descendentes.
- Resto estocástico: Essa técnica atribui deterministicamente descendentes a cromossomas baseada na parte inteira do número esperado de descendentes. Atribui as partes fracionárias numa seleção do tipo roleta (seleção estocástica) para os descendentes remanescentes, restringindo, dessa forma, a aleatoriedade apenas à parte fracionária do número esperado de descendentes.
- Elitismo: Utilizado juntamente com outros critérios de seleção, esse método assegura que a geração seguinte conterá pelo menos um exemplar do cromossoma cuja aptidão é a melhor da população atual.
- Seleção truncada (método de *breeding*) proposto por MÜHLENBEIN & SCHLIEHKAMP-VOOSEN (1993): Os T% melhores indivíduos da população são selecionados e acasalados aleatoriamente até que a população seja preenchida. O elitismo está contido nesta seleção. Acasalamento entre mesmos cromossomas não é permitido.
- Torneio: Para ser selecionado, o cromossoma deve vencer uma competição com um conjunto de cromossomas aleatoriamente selecionados. Em um torneio com K concorrentes, o(s) L melhor(es) será(ão) selecionado(s) para gerarem descendentes.

Esses critérios de seleção podem variar bastante e não há consenso quanto ao melhor dentre eles. No entanto, o método do torneio vem ganhando uma popularidade crescente, pois é fácil de implementar, eficiente computacionalmente e permite um ajuste mais fino na pressão seletiva por meio da diminuição ou aumento do número de concorrentes K (BÄCK *et al.*, *op. cit.*).

Os parâmetros de um AG dependem muito mais dos dados e do problema a ser resolvido do que dos próprios parâmetros. Entende-se por parâmetros de um AG todos

os critérios e/ou taxas que interferem no resultado final da convergência de um AG, tais como taxas e critérios de mutação, de *crossover*, de seleção, tamanhos da população, número de pontos de *crossover* bem como outros operadores genéticos. Essa fonte aparentemente inesgotável de variação nos parâmetros é, ao mesmo tempo, um aspecto bastante positivo do genético (permite explorar o espaço de busca de formas absolutamente originais) e negativo (o excessivo número de ajustes finos pode dificultar muito a fixação dos parâmetros, que eventualmente, dependem uns dos outros).

Assim como para qualquer método de busca e aprendizado, a forma pela qual as soluções candidatas são codificadas é central, talvez mesmo a questão central do sucesso de um algoritmo genético. Nos últimos anos, vários tipos de codificação vêm sendo utilizados tais como binária, multi-caracter (p. ex. alfabeto), real<sup>5</sup>, código em árvores dentre outros. DAVIS (1997) considera fundamental a adoção de qualquer código que seja mais natural para o problema em questão e, então, desenvolver o AG a partir desse código.<sup>6</sup>

A teoria dos *Schemas* de Holland parece implicar que o AG deveria exibir um desempenho pior em códigos multi-caracteres. Contudo, isso vem sendo questionado por alguns autores. Diversas comparações empíricas entre códigos binários e multi-caracteres ou código real mostraram um melhor desempenho desses últimos. (Janikov & Michalewicz 1991 *in* DAVIS (1991)). No entanto, esse desempenho parece depender muito do problema e dos parâmetros utilizados no AG e até hoje não há regras rigorosas para prever qual codificação funcionará melhor.

A escolha correta dos parâmetros de um AG determina o equilíbrio entre exploração e exploração que, por sua vez, controla criticamente o desempenho dos AG's (SIRIVINAS & PUTNAIK, 1994). Por exemplo:

---

<sup>5</sup> O código real tem a vantagem de ampliar as possibilidades de operadores (por exemplo, o *crossover* poderia ser a média entre os genes dois a dois).

<sup>6</sup> Em fevereiro de 1997, a autora desta tese realizou um curso na universidade americana UCLA (Los Angeles) sobre computação evolucionária, onde assistiu a 2 dias de aula com o Prof. Lawrence Davis. Nessa ocasião, ao perguntá-lo qual a melhor forma de fazer a estruturação de dados de um algoritmo genético, Davis respondeu elegantemente: "You're the only person that is touching your search space", enaltecendo talvez a característica mais interessante de um AG: um método simples que serve para qualquer problema, não havendo um "especialista em AG", mas aquele que, juntamente com o usuário adapta o genético ao problema a ser resolvido.



- aumentar a taxa de *crossover* aumenta a recombinação dos *building blocks* mas também aumenta o rompimento dos cromossomos bons.
- aumentar a taxa de mutação tende a transformar a busca genética numa busca aleatória mas também ajuda a reintroduzir material genético perdido.
- aumentar o tamanho da população aumenta sua diversidade e reduz a probabilidade de que o AG convirja prematuramente para um ótimo local, mas também aumenta o tempo necessário para a população convergir para a região ótima do espaço de busca.

O desenvolvimento de uma forma robusta de AG foi um tópico importante de pesquisa no início dos anos 90. Entretanto, DAVIS (1991) discorda: *"My goal is to show that genetic algorithms are the best optimization algorithms on certain class of problems. This goal is in general incompatible with the goal of producing a robust genetic algorithm (GA) because, in general, the robustness of a genetic algorithm and its performance on a particular problem are inversely related" (...) "The goal of producing a robust GA is a goal orthogonal to that of producing the best optimization algorithms for particular problems"*.

O ajuste dos parâmetros tem um papel essencial na convergência do algoritmo: os valores dos parâmetros irão definir se uma solução próxima do ótimo será encontrada e se essa solução será encontrada eficientemente.

De modo geral, há duas formas de determinar os valores dos parâmetros: sintonia ou controle dos mesmos. Por sintonia dos parâmetros, entende-se a abordagem mais usual, ou seja, encontrar bons valores *antes* de rodar o algoritmo. Por controle dos parâmetros, entende-se que as alterações são feitas *durante* a execução do modelo.

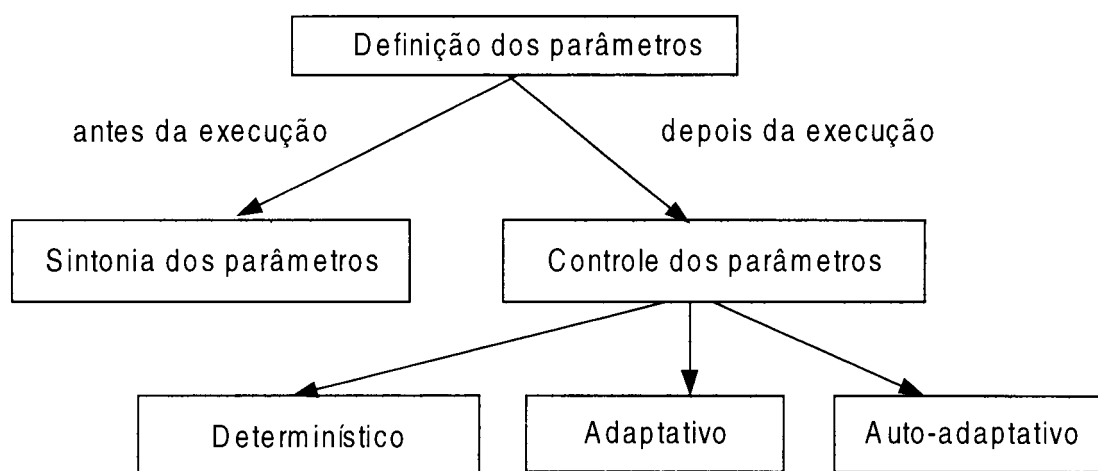
HINTERDING *et al.* (1997) afirma que, embora seja uma prática comum na computação evolucionária, o ajuste tentativo não é o melhor. Tipicamente, um parâmetro é ajustado de cada vez, o que pode causar algumas escolhas sub-ótimas, uma vez que os parâmetros interagem de uma forma complexa. O ajuste simultâneo dos parâmetros, contudo, leva a uma quantidade enorme de experimentos, devido aos seguintes motivos:

- os parâmetros não são independentes, mas tentar todas combinações diferentes sistematicamente é praticamente impossível.
- o processo de sintonia dos parâmetros consome tempo, mesmo se ajustados um por um, sem levar em conta suas interações.
- para um problema dado, os valores selecionados dos parâmetros não são necessariamente ótimos, mesmo se o esforço para sintonizá-los tenha sido significativo.

A utilização de parâmetros que tenham obtido sucesso em problemas “semelhantes” não é aconselhada, pois não está claro o que seja “semelhante” para um algoritmo evolucionário.

A execução de um algoritmo evolucionário é um processo intrinsecamente dinâmico e adaptativo, o que é incompatível com a utilização de parâmetros rígidos. Adicionalmente, é intuitivamente óbvio que valores diferentes dos parâmetros devem ser ótimos em estágios diferentes do processo evolucionário. EIBEN *et al.*, (1999) sugere que os parâmetros sejam função do número de gerações e mostra diversas formas de fazer isso <sup>7</sup>.

Na Figura 4-2 seguir é proposta uma taxonomia para sintetizar as diferentes formas de se definir os parâmetros num AG.



**Figura 4-2 : Taxonomia global para definição de parâmetros num algoritmo evolucionário.**

Fonte: (EIBEN *et al.*, 1999).

<sup>7</sup> No entanto essas formas, por sua vez, também possuem parâmetros...

Entende-se por controle dos parâmetros determinístico quando a regra para fazer as alterações é determinística, não sendo função de nenhum *feed-back* do algoritmo (por exemplo, função do número de gerações). Quando as alterações são função do desempenho do parâmetro, o ajuste é chamado adaptativo e, quando os parâmetros são codificados no próprio cromossoma, o ajuste é chamado de auto-adaptativo.

Os métodos de auto-adaptação dos parâmetros não são uma unanimidade. Aparentemente, há necessidade de mais trabalhos para atingir uma compreensão clara das vantagens e desvantagens dos esquemas auto-adaptativos comparados com outros mecanismos (BÄCK *et al.*, *op. cit.*).

#### **4.4 Sistemas híbridos**

Quando existe informação específica do problema a ser resolvido, pode ser vantajoso considerar um AG híbrido. Os algoritmos genéticos podem ser cruzados com várias técnicas de busca local do problema para formar um sistema híbrido que usufrui das características de busca global do AG e dos mecanismos de busca local, provenientes da técnica de convergência do problema específico.<sup>8</sup>

DAVIS (1991) foi um dos precursores do conceito de hibridizar o AG: *"Although genetic algorithms using binary representation and single-point crossover and binary mutation are robust algorithms, they are almost never the best algorithms to use for any problem. It is a sad fact of life for us, as it is in nature, that a species of individuals that do well across a variety of environmental niches but are never the best in any niche must give rise to a variety of better adapted species or fail in the competition of resources. (...) On the one hand, their (of genetic algorithms) indifference toward problem-specific information in large part gives genetic algorithms their broad competence (a procedure that works well without knowledge peculiar to a specific problem has a better chance of transferring to another domain). On the other hand, not using all the knowledge available in a particular problem puts genetic algorithms at a competitive disadvantage with methods that do make use of that information."*

---

<sup>8</sup> Embora os AG's híbridos tenham sido originalmente definidos dessa forma (busca global com busca local), posteriormente, passou-se a utilizar o termo híbrido num sentido mais amplo, significando qualquer cruzamento entre um AG e um outro método de busca não necessariamente local.

Devido a esse desempenho variável dependendo do problema de otimização a ser resolvido, DAVIS (idem) desenvolveu uma metodologia para, utilizando um AG, melhorar o desempenho de um algoritmo de otimização.

- 1- Usar a codificação corrente<sup>9</sup>; pois o usuário está mais familiarizado com o problema.
- 2- Híbrido onde for possível<sup>10</sup>. Esse princípio sugere que se incorpore quaisquer técnicas de otimização que o algoritmo corrente utiliza. Um exemplo seria inicializar o AG com a solução do algoritmo corrente. Dessa forma, um AG híbrido com elitismo garantiria um resultado não pior do que o corrente.
- 3- Adaptar os operadores genéticos. Os dois princípios precedentes nos falam para incorporar o que é bom do algoritmo corrente ao AG. Esse princípio indica que se incorpore o que é bom do AG no algoritmo corrente. Eventualmente, ao se adotar a codificação corrente, os mecanismos de mutação e *crossover* convencionais não valem mais.

Finalmente, DAVIS (idem) sugere, sempre que possível, incorporar as heurísticas utilizadas no algoritmo corrente, também no AG.

#### **4.5 O problema das restrições**

Uma questão importante na definição de um AG e que tem sido objeto de numerosos artigos na área diz respeito ao tratamento das restrições em problemas de otimização.

Restrições são usualmente representadas por meio de relações de desigualdade. Num primeiro momento do AG, essas restrições de desigualdade não trazem nenhum problema específico. O procedimento utilizado é, usualmente, o seguinte: calcula-se a aptidão (fornecida usualmente pelo valor da função objetivo) e verifica-se se todas as restrições são atendidas. Caso não o sejam, a solução é inviável e o valor da aptidão não pode ser considerado como igual à função objetivo. O problema passa a ser como tratar essas soluções inviáveis. Vários métodos têm sido propostos para lidar com o fato

---

<sup>9</sup> Entende-se por codificação corrente aquela que o usuário utilizava antes de decidir hibridizar o algoritmo.

<sup>10</sup> O algoritmo genético proposto nesta tese não pode ser chamado de híbrido (ele substitui o método do *Branch&Bound* (B&B) na solução do problema de programação inteira mista, conforme pode ser visto no capítulo 7). Para hibridizar de forma computacionalmente eficiente o algoritmo corrente (B&B), seria necessário ter acesso ao código do mesmo, o que não é possível, uma vez que o B&B está inserido em um pacote comercial.

de que, em situações reais, o conjunto de soluções viáveis é extremamente reduzido. Ou seja, encontrar uma solução viável pode ser quase tão difícil quanto encontrar o ótimo. Uma forma de se contornar essa dificuldade é, por exemplo, tentar obter informação das soluções inviáveis, talvez diminuindo o valor de sua aptidão em relação ao grau de violação da(s) restrição(ões). Isso pode ser feito pelo método das penalidades (GOLDBERG, 1989).

No método de penalidades, um problema de otimização com restrições é transformado em um problema irrestrito associando-se um custo ou penalidade à função objetivo para todas as restrições não atendidas<sup>11</sup>.

Por exemplo, considere-se o problema de minimização original com restrições:

$$\begin{aligned} &\min g(x) \\ &\text{sujeito a } b_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \\ &\text{onde } x \text{ é um vetor de dimensão } n \end{aligned}$$

O método de penalidades transforma o problema acima em:

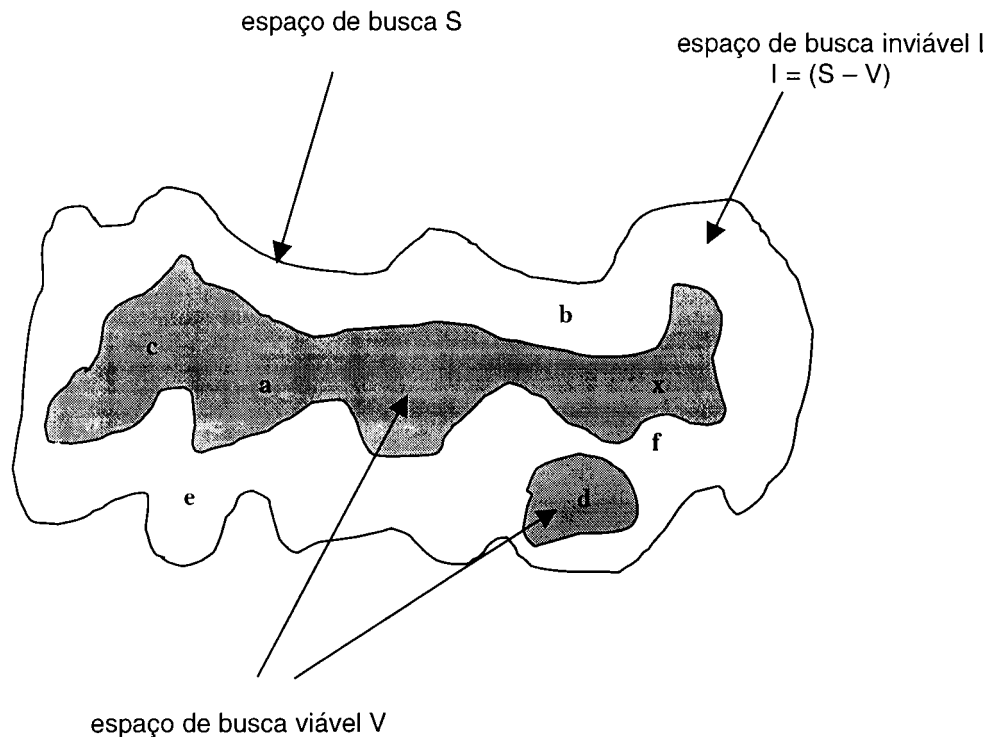
$$\begin{aligned} &\min g(x) + r \sum_{i=1}^n \Phi[b_i(x)] \\ &\text{onde } \Phi = \text{função de penalidade} \\ &\quad r = \text{coeficiente de penalidade} \end{aligned}$$

O método de penalidades nem sempre apresenta bons resultados (dependendo da estruturação do cromossoma, o algoritmo pode não evoluir eficientemente) e outras abordagens vêm sendo sugeridas para tratar o problema das restrições.

Primeiramente, o que vem a ser um indivíduo inviável? A Figura 4-3 a seguir mostra que, para um espaço de busca desconhecido, quantificar o grau de inviabilidade pode não ser trivial (MICHALEWICZ, 1995):

---

<sup>11</sup> Essa foi uma primeira opção adotada no caso simplificado apresentado no Exame de Qualificação ao Doutorado – ver capítulo 5.



**Figura 4-3 : Um espaço de busca e sua região viável.**

Fonte: baseado em (MICHALEWICZ 1995).

Em algum estágio do processo evolutivo, uma população pode conter alguns indivíduos viáveis (a,c,d), alguns inviáveis (b,e,f) e a solução ótima estar em x. Algumas questões importantes podem ser colocadas:

- Como comparar dois indivíduos viáveis, por exemplo 'a' e 'c' ? Esta questão é normalmente respondida pela função de avaliação ( $aval_V$ ).
- Como comparar dois indivíduos inviáveis, por exemplo 'b' e 'e'? Em outras palavras, como construir uma função de avaliação para os inviáveis ( $aval_I$ )? Deve-se assumir que  $aval_V(m) > aval_I(p)$  para qualquer  $m \in V$  e qualquer  $p \in I$  (o símbolo  $>$  aqui deve ser interpretado como 'é melhor que')? Em outras palavras, deve-se assumir que *qualquer* solução viável é melhor do que *qualquer* solução inviável? Em particular, na figura, qual indivíduo é melhor: o indivíduo viável 'c' ou o indivíduo inviável 'f' (dado que ótimo o está em 'x')?

- Os indivíduos inviáveis devem ser considerados ruins e, portanto, eliminados da população? No entanto, esses indivíduos inviáveis podem ser constituídos de bons *building blocks* e desprezá-los pode significar perder essas informações relevantes fornecidas por esses indivíduos.
- Deve-se “consertar” os indivíduos inviáveis trazendo-os para o ponto mais próximo na região de viabilidade (a versão consertada de ‘f’ poderia ser ‘x’)? Em outras palavras, deve-se assumir que  $aval_v(m) = aval_i(p)$ , onde ‘m’ é a versão viável de ‘p’? Se for, deve-se substituir ‘p’ por sua versão consertada ‘m’ na população ou utilizar o processo de consertar apenas com o propósito de calcular a aptidão do indivíduo?
- Deve-se penalizar os indivíduos inviáveis? Caso uma função desse tipo seja utilizada, como defini-la? Essa função deveria ser considerada um operador do genético que seria adaptada conforme o processo evolutivo?

As respostas a essas perguntas têm sido dadas das mais diversas formas, embora não tenham sido estudadas de forma sistemática. As formas mais comuns são: rejeição dos indivíduos inviáveis<sup>12</sup>, conserto dos indivíduos inviáveis com ou sem substituição dos inviáveis por suas versões consertadas (esse processo é também conhecido como evolução Lamarckiana), penalização dos indivíduos inviáveis (com operadores adaptáveis ou não), uso de decodificadores (que “dão instruções” de como construir um indivíduo viável<sup>13</sup>), modelos co-evolucionários (onde uma população de soluções possíveis co-evolui com uma população de restrições) e manutenção da população viável por meio de representações especiais e operadores genéticos compatíveis. Esse último serviu de forte inspiração para o algoritmo genético desenvolvido nesta tese.

MICHALEWICZ (idem) diz que essa última abordagem é muito mais confiável do que quaisquer outras técnicas baseadas em penalidades. *“This is a quite popular trend. Many practitioners use problem-specific representations and specialized operators in building very successful evolutionary algorithms in many areas.”*(...)“It is clear that further studies in this area are necessary: different problems require different ‘treatment’”.

<sup>12</sup> Na analogia com a evolução natural, por que se haveria de manter, numa população, indivíduos “tartarugas” se se precisa apenas de “lebres”?

<sup>13</sup> Essa estratégia foi utilizada neste trabalho com o nome de filtro para a fase 2 do critério de Savage – ver capítulo 7.

Uma abordagem original para o problema das restrições pode ser vista em HINTERDING & MICHALEWICZ (1998). Os autores propõem que a função de avaliação possa fornecer informações adicionais. Em particular, ela poderia ser útil na escolha do pai, dada a mãe. Por exemplo, se a função de avaliação mantém o valor de quais as restrições são satisfeitas, então o pai poderia ser selecionado para maximizar o número de restrições que serão satisfeitas por ambos os pais (nesse sentido o pai complementa a mãe, esperando-se que o filho gerado satisfaça um maior número de restrições). Ou seja, sugere a idéia que o acasalamento não se dê aleatoriamente. Isso traz uma questão controversa: o acasalamento “ótimo” se daria entre indivíduos que não satisfaçam as mesmas restrições ou, ao contrário, entre casais que atendam às mesmas restrições? Responder a essa pergunta parece, mais uma vez, depender do problema, não sendo possível uma resposta *a priori*.

#### **4.6 Desenvolvimentos mais recentes**

Passados cerca de 25 anos de sua concepção inicial, os algoritmos genéticos continuam sendo amplamente utilizados e um impressionante número de artigos publicados, congressos e listas na Internet mostram que o assunto continua em evidência. Muitas questões continuam sem respostas sistemáticas o que, no entanto, parece aumentar ainda mais a curiosidade e o interesse por parte dos pesquisadores em tentar respondê-las.

A maior parte das aplicações da computação evolucionária continua sendo no domínio da otimização. Por exemplo, o problema de maximizar uma função sujeita a uma série de restrições. O atendimento a essas restrições, aliado a outros fatores tais como grande dimensão do espaço de busca, função objetivo com ruídos e variável no tempo freqüentemente levam a otimizações difíceis ou até mesmo impossíveis. Mas mesmo nesse último caso, a identificação de uma melhora no melhor resultado conhecido, já é um grande progresso em problemas reais e em muitos casos os algoritmos evolucionários são uma forma eficaz ou, talvez, a única de se conseguir isso.

Aparentemente, a maior vantagem em se aplicar os AG's reside no ganho de flexibilidade e adaptabilidade ao problema a ser resolvido, associado com um



desempenho robusto (no sentido de ser utilizável em muitas situações) e características de busca global. Outra vantagem é apresentar não uma solução única, mas um leque de alternativas equivalentes, para os propósitos práticos, mas que se diferenciam por algum novo critério externo ao problema, por exemplo, político ou ambiental. No entanto, a melhor definição dos parâmetros de um AG depende de cada problema e não existem regras estabelecidas de como se proceder. Em princípio, essa definição deve obedecer a propriedades matemáticas da representação escolhida, mas ainda há muitos graus de liberdade nos caminhos a seguir. Taxas de mutação decrescentes ao longo da evolução usualmente contribuem na confiabilidade e na velocidade da convergência. Por outro lado, taxas de mutação elevadas no final podem ajudar a escapar de mínimos locais.

Mesmo assim, alguns autores arriscam uma receita geral para aplicação dos AG's: *"It seems that a "natural" representation of a potential solution for a given problem plus a family of applicable "genetic" operators might be quite useful in the approximation of solution of many problems, and this nature-modeled approach (...) is a promising direction for problem solving in general."* (MICHALEWICZ, 1996).

A questão da robustez ainda inspira os pesquisadores: *"The holy grail of genetic-algorithm research has been robustness – broad competence and efficiency."* (GOLDBERG, 1999). Isso porque os usuários de AG gostariam de resolver problemas difíceis rapidamente e com grande grau de confiabilidade dos resultados, sem ter de perder tempo com operadores, códigos ou parâmetros do AG. A busca desse cálice sagrado têm sido frustrada pela falta de uma teoria completa e integrada da operação do AG.

A representação do problema (cromossomas, aptidão e tratamento das restrições, essencialmente), como já foi dito, é fundamental num AG. No entanto, surpreendentemente, apesar de haver um consenso da importância da escolha correta da representação genética do problema a ser resolvido, apenas poucas publicações tratam explicitamente desse assunto (BÄCK *et al.*, *op. cit.*).

Diversos problemas de otimização de grande porte são muito difíceis e não podem ser solucionados por intermédio dos métodos tradicionais do tipo gradiente ou da

programação linear, sendo que os melhores resultados encontrados são fornecidos por métodos heurísticos de busca. Os métodos mais tradicionais possuem formulação teórica consistente porém inflexível. Os AG's, no entanto, por não possuírem uma formulação teórica definida e comprovada (pelo menos por enquanto) mas uma conceituação geral mais intuitiva do que consistente, são vantajosos quando se precisa de flexibilidade (em problemas reais, onde há inúmeras fontes de incertezas envolvidas, essa flexibilidade é muito importante) (BÄCK *et al. op. cit.*) abordam essa questão: *“the fundamental difference in the evolutionary computation approach is to adapt the method to the problem at hand. In our opinion, evolutionary algorithms should not be considered as off-the-peg, ready-to-use algorithms, but rather as a general concept which can be tailored to most of the real world applications that often are beyond solution by means of traditional methods.”*

A interação entre técnicas de inteligência computacional e a hibridização com outros métodos, tais como sistemas especialistas e técnicas de otimização locais, continua um campo vasto de pesquisa, que exhibe capacidade de resolução de problemas bastante promissora.

Os principais pesquisadores em algoritmos genéticos podem ser categorizados em dois grupos. Um primeiro é composto por pesquisadores que querem utilizar o AG apenas como ferramenta imediata de resolução de problemas reais de grande porte e conseguir resultados melhores do que aqueles existentes até agora. O segundo grupo quer entender mais profundamente os mecanismos dos algoritmos, visando a desenvolver uma teoria geral dos algoritmos genéticos.

As pesquisas de ambos os grupos caminham paralelamente. Diferentemente de outros métodos, teoria e prática não se distinguem perfeitamente e os computadores funcionam como laboratórios virtuais onde os “experimentos” são realizados: não há uma teoria acabada mas, sim, um “empirismo” matemático. Embora diversos bons resultados tenham sido conseguidos, a grande dúvida é se, de fato, haverá uma teoria unificadora ou se os resultados encontrados não poderão ser estendidos para uma teoria geral.

Goldberg e seus alunos pertencem ao grupo daqueles que buscam uma teoria sintetizadora para o AG. Reconhecendo que os algoritmos genéticos *“still lack an integrated theory of operation that predicts how difficult a problem GA’s can solve, how long it takes to solve them, and with what probability and how close to a global solution the GA can be expected to come”* (GOLDBERG *et al.*, 1993), propõem os *“messy-GA’s”*. Com o objetivo de melhorar o desempenho do processo de otimização de uma função, essa codificação faz o comprimento de um *building block* crescer ao longo das gerações, a partir de cromossomos mais bem adaptados compostos por *building blocks* mais curtos. Resumindo, o que o *“messy-GA”* propõe é um *“schema candidato”* ao invés de uma *“solução candidata”*.

A idéia geral foi motivada biologicamente: *“After all, nature did not start with strings of length  $5.9 \times 10^9$  (an estimate of the number of pairs of DNA nucleotides in the human genome) or even of length two million (an estimate of the number of genes in Homo Sapiens) and try to make man. Instead, simple life forms gave way to more complex life forms, with the building blocks learned at earlier times used and reused to good effect along the way”* (GOLDBERG *et al.*, 1989).

Sobre os resultados, GOLDBERG (*idem*), está otimista: *“The results suggest that the messy GA should converge to good answers in hard problems as long as we have some idea what hard is”*. O maior caso exemplo estudado nesse artigo é de dimensão  $2^{150}$ . Embora possa ser considerado grande, é ainda modesto comparativamente a problemas reais. Na presente tese, o menor problema estudado tem um espaço de busca com dimensão  $2^{144}$  e o maior possui uma dimensão aproximada  $2^{1800}$ .

A ausência de uma teoria consistente de AG apesar do grande número de pesquisas que já foram apresentadas é contemporizada por GOLDBERG *et al.* (1993): *“Those of us who have tried more complex analyses know that the tools - things as difference equations, diffusion models, Markov chains, information theory, and the like - are powerful, but cumbersome, and in design, cumbersome tools can be the kiss of death. Instead, we have used our intuition, we have used our imagination, we have used dimensional analysis, we have used careful bounding experiments (...)”* Goldberg convida os críticos a contribuírem para essa teoria *“remendada”*, preconizando que: *“The moment will come for their theorem proving and elegance, but that time is not*

*now*'. O tempo de agora seria o de inventar e de experimentar. Dessa forma, Goldberg, embora trabalhe para formar uma teoria unificadora dos algoritmos genéticos, reconhece que ainda faltam muitas pesquisas para atingir esse objetivo.

Em um outro artigo, GOLDBERG (1999) aborda um problema muito comum para os usuários dos AG's. Numa primeira utilização, ao trabalhar com problemas muito simplificados, o AG funciona bem. No entanto, quando se tenta estendê-lo para problemas maiores, o tempo de convergência do algoritmo cresce muito e/ou a qualidade de solução cai. A resposta dos diferentes usuários a esse problema do *scale-up* varia bastante. Alguns modificam os parâmetros, tentando diversas possibilidades até que alguma coisa funcione. Outros abandonam os algoritmos evolucionários definitivamente. Outros ficam intrigados e perguntam por que algoritmos tão robustos (no sentido de poderem ser aplicados aos mais variados problemas) exibem eventualmente um comportamento tão decepcionante quando o tamanho do problema aumenta. Sobre essa questão do *scale-up*, GOLDBERG (idem) afirma: "*For years these difficulties were swept under the rug, but we now know that simple genetic and evolutionary algorithms with fixed crossover and mutation operators are fairly limited in what they can do (...) In short, they don't scale up.*"<sup>14</sup>

Para contornar esse problema da eficiência do AG em problemas de tamanhos diferentes, Goldberg propõe algumas abordagens mais recentes que ele chamou de *competent genetic algorithms* (ver (GOLDBERG *et al.*, 1993) e (PELIKAN & GOLDBERG, 2000)).

Goldberg está convencido de que a melhor maneira de tornar um AG eficiente é através da hibridização entre métodos de busca globais (AG) e locais, reconhecendo a dificuldade de convergência do genético ao fim do processo evolutivo, quando se está muito próximo da solução ótima. GOLDBERG & VOESSNER (1999) propõem uma forma de definir quando parar a busca global e começar a busca local (como criar sistemas híbridos eficientes) baseado no tempo de processamento e na precisão obtida e concluem: "*Today it is rare that the serious application is undertaken without some*

---

<sup>14</sup> O algoritmo genético proposto nesta tese foi testado quanto ao problema do *scale-up*, conforme será visto detalhadamente no capítulo 8 e, salvo pequenas modificações nos parâmetros, apresentou resultados bastante satisfatórios.

*kind of genetic or evolutionary algorithm combined with some specialized search method*".

A teoria da evolução continua como fonte inspiradora para melhor compreender os mecanismos de um algoritmo genético. Aparentemente, o ideal a ser alcançado seria o de, cada vez mais, tentar aproximar os AG's da evolução tal como ocorreu na natureza: *"Natural evolution works under dynamically changing environmental conditions, with nonstationary optima and even changing optimization criteria, and the individuals themselves are also changing the structure of the adaptive landscape during adaptation. In evolutionary algorithms , environmental conditions are often static, but nonelitist variants are able to deal with changing environments. It is certainly worthwhile, however, to consider a more flexible life span concept for individuals in evolutionary algorithms"*<sup>15</sup> (BÄCK et al., op. cit.).

Há outros conceitos da evolução natural que podem estimular desenvolvimentos de pesquisa interessantes e que ajudem a melhor compreender o comportamento dos AG's, por exemplo (adaptado de MITCHELL, 1997):

- incorporar desenvolvimento e aprendizagem – incorporação da adaptação do indivíduo em seu código genético. Ou seja, embora passe toda a vida com o mesmo código genético, o indivíduo se adapta e se comporta de forma diferente ao longo da vida. Desenvolver mecanismos no AG que incorporem essa dinamicidade da aptidão pode ajudar a melhor compreender e modelar a evolução.
- parâmetros com adaptações baseadas em mecanismos da genética;
- compreender o papel dos *Schemas* e do *crossover* à luz da genética;
- desenvolver uma teoria de AG com aptidão endógena: na verdade, na natureza, a aptidão não é imposta externamente, mas cresce endogenamente. Ela se reflete, por exemplo, na longevidade ou na fertilidade de um ser vivo;
- resolver problemas de diferentes tamanhos e escalas, introduzindo conceitos da teoria da evolução.

---

<sup>15</sup> Conforme será apresentado no capítulo 7, o AG desenvolvido nesta tese se aproxima um pouco mais desse ideal de aptidão variável ao longo do processo evolutivo.

Pela sua simplicidade e flexibilidade, os algoritmos genéticos, permitem que os cientistas sejam bastante criativos na concepção de algoritmos mais apropriados para seus problemas. GOLDBERG (1999) afirma que essa criatividade não tem limites e propõe o que ele chama de *creative algorithms*: *“We humans seem to reserve the word “creative” as a category that goes beyond innovative, but in what way? I would suggest that the word “creativity” is reserved for people and things that are able to transfer knowledge from one domain to another. A creative book or piece of art is often one that alludes to other works, and thereby brings over thoughts and notions from other domains. A creative scientific discovery is one that is inobvious, oftentimes having been created through the transfer of a seemingly unrelated idea. In a similar manner, I believe that we shall shortly have creative algorithms that transfer ideas from one domain to another, and these ideas will build upon the methods of genetic and evolutionary algorithms in important ways, perhaps integrating with neural, fuzzy, and other soft computation to give us systems more powerful than what we can now imagine.”*

Esses aparentemente inesgotáveis caminhos de desenvolvimento de pesquisas em AG parecem estimular constantemente os pesquisadores da área, pelo menos enquanto for possível se continuar a obter bons resultados em problemas reais.

## 5 Sistemas inteligentes aplicados à expansão da geração do setor elétrico

### 5.1 Abordagens mais recentes

Um dos mais promissores desenvolvimentos recentes é o uso de técnicas de inteligência artificial no monitoramento, controle e planejamento de sistemas de potência. Selecionando os anais das quatro principais conferências no assunto no período de 1990 a 1996 (Power Systems Computation Conference (PSCC), Expert System Application to Power Systems Conference (ESAP), Applications of Neural Networks to Power Systems (ANNPS) e Intelligent System Application to Power Systems Conference (ISAP)) e mais as Transactions da IEEE nesse período, pode-se reunir um total de cerca de 445 artigos nessa área (WARWICK *et al.*, 1997).

Em 1990, o interesse principal estava em aplicações em sistemas especialistas; em 1996, em computação evolucionária, especialmente em algoritmos genéticos (*idem*).

Alguns exemplos de aplicações podem ser vistos em (MIRANDA *et al.*, 1994), (MIRANDA *et al.*, 1996), (FALCÃO *et al.*, 1996) e (GALLEGO *et al.*, 1998). WARWICK *et al.* (1997) organizaram um livro com o objetivo de fornecer um texto de referência nessa área. Nos muitos exemplos apresentados pode-se perceber uma ênfase nas arquiteturas híbridas, que parecem ser uma forma promissora de lidar com os problemas de sistemas de potência complexos do mundo real.

Em relação especificamente à aplicação de sistemas especialistas à expansão da geração, as técnicas mais proeminentes são: redes neurais, sistemas especialistas, algoritmos genéticos, lógica *fuzzy* e *simulated annealing*. ZHU & CHOW (1997) apresentam um resumo dessas aplicações mais recentes sem, no entanto, informar a dimensão dos problemas resolvidos nos casos apresentados, sendo que a maioria considera apenas plantas térmicas, o que também reduz a complexidade do problema<sup>1</sup>. Os métodos de resolução do problema da expansão da geração dependem

---

<sup>1</sup> As térmicas podem ser instaladas, em princípio, em qualquer lugar e não têm a característica de estocasticidade das vazões afluentes das hidrelétricas.

essencialmente da sua dimensão, não sendo possível analisar comparativamente abordagens diferentes se os problemas também têm tamanhos diferentes. A definição do que seria um caso típico de problema de expansão da geração é feita pelos mesmos autores, sobre artigo de Fukuyama & Chiang (FUKUYAMA & CHIANG, 1996): “*for a typical expansion problem (four technologies and five intervals)...*”. O referido artigo aborda apenas tecnologias térmicas, o que compromete o que seria um problema “típico”: determinados casos, como o brasileiro, não poderiam jamais ser agregados em apenas 4 tecnologias térmicas.

A lógica *fuzzy* é especialmente interessante em problemas de análise de decisão em ambientes *fuzzy*. Entende-se por “*decision-making in a fuzzy environment*” um processo decisório no qual os objetivos e/ou as restrições, mas não necessariamente o sistema sob controle, são *fuzzy* por natureza. O planejamento da expansão da geração é um sistema desse tipo, com processos de decisão multi-estágios. Utilizando programação dinâmica, a determinação de uma solução ótima pode ser reduzida à solução de um sistema de equações funcionais e pode-se aplicar a lógica *fuzzy* às restrições (BELLMAN & ZADEH, 1970).

A lógica nebulosa ou *fuzzy* pode também ser útil para reduzir o tamanho de alguns problemas. Uma aplicação nessa linha pode ser vista em (LEGEY, 1997) onde é proposta uma abordagem de lógica *fuzzy* ao critério de Savage no problema da expansão da geração do setor elétrico. As vantagens dessa abordagem híbrida são, além de atenuar o problema do esforço computacional que ocorre devido à explosão combinatorial do problema, permitir a introdução de *insights* e experiência prévia dos diferentes agentes envolvidos com o problema em análise.

MIRANDA & PROENÇA (1994) questionam o “fetiche” da busca pelo ótimo global em problemas do planejamento de redes de distribuição do setor elétrico, mostrando que os algoritmos genéticos podem trazer resultados interessantes por trabalharem com famílias de soluções ao invés de uma única solução: “*the vast majority of the model proposals, on the last 15 years was aimed at a so called “optimal solution”. However, during the last few years the objective of reaching this optimal concept has been challenged more and more, namely within the U.S., with the acceptance of principles of the “least cost planning approach”. This evolution favors the option for multi-criteria*



*methods and for algorithms, as an answer, a large set of possibly good solutions, instead of a single optimum (...) Genetic algorithms share precisely this property”.*

Há alguns artigos em que são feitas especificamente aplicações de algoritmos genéticos ao problema de expansão da geração do setor elétrico. FUKUYAMA & CHIANG (1996) apresentam um caso com 15 plantas térmicas e 3 intervalos de tempo. Adotam como cromossoma um *string* cujo comprimento é igual ao número do total de unidades introduzidas (ou seja, o comprimento do cromossoma é variável) e cada posição do *string* representa o intervalo em que cada unidade foi introduzida. As inviabilidades são tratadas desprezando-se os cromossomas inviáveis tanto na população inicial quanto nos indivíduos resultantes de operações de *crossover* e mutação. O artigo faz comparações entre tempos de CPU para um processador e para até 16 processadores em paralelo.

Um outro exemplo pode ser visto em (PARK *et al.*, 1999). Nesse artigo, que também só apresenta plantas térmicas como candidatas à expansão, a inicialização é uniforme e aleatória a partir de um espaço de soluções viáveis. O artigo propõe um mapeamento do domínio da função objetivo de custo, por intermédio de uma variável *dummy*. O tratamento das restrições é semelhante ao artigo anterior: se um indivíduo inviável é gerado, ele é desprezado e é gerado um outro, até que um indivíduo viável seja finalmente gerado. O algoritmo foi testado num caso com 15 plantas existentes, 5 tipos de térmicas candidatas à expansão e 6 períodos de tempo.

Um ano depois, os mesmos autores apresentaram um outro artigo com um desenvolvimento do algoritmo genético proposto anteriormente (PARK *et al.*, 2000). Nesse AG, é utilizada uma técnica de *crossover* estocástico e uma população inicial artificial é proposta para acelerar o processo de busca. O AG proposto é testado em dois casos exemplos.

Um estudo de caso simplificado da aplicação dos algoritmos genéticos à expansão da geração foi apresentado no simpósio ISAP (LEGEY & KAZAY, 1999) e serviu de base para o exame de qualificação da autora e é descrito a seguir.

## 5.2 Um estudo de caso simplificado do problema da expansão

Nesse caso-exemplo, foram consideradas 4 usinas, sendo uma “hidrelétrica” (na verdade, “hidrelétrica” devido a um custo de construção elevado e um custo de operação nulo) e três térmicas. Foi também considerada uma quinta usina fictícia equivalente a uma “usina de déficit”, ou seja, com capacidade infinita de geração, custo de construção zero e custo de operação muito alto. Essa usina representa a demanda de energia não-atendida. Esse artifício confere um pouco mais de realidade ao caso estudado: eventualmente, pode valer mais à pena uma solução que represente, por exemplo, num determinado ano, um déficit de 10 MW com o adiamento da entrada em operação de uma dada usina, permitindo uma alocação de recursos mais otimizada para a sociedade.

Os dados básicos do exemplo são apresentados abaixo e nas tabelas Tabela 5-1 e Tabela 5-2.

- cada período de tempo = 5 anos (total = 15 anos).
- fator de capacidade da usina hidrelétrica: 0,5
- fator de capacidade das usinas térmicas: 0,8
- fator de carga igual a 1,0

Planta	Capacidade (MW)	Custo de construção (US\$/MW)	Custo total de construção. (US\$)	Custo de operação (US\$/MWh)
1	150	1500	225000	0
2	100	700	70000	20
3	70	1100	77000	20
4	30	1500	45000	20
5	$\infty$	0	-	300

**Tabela 5-1 – Dados de custos das plantas**

Período de tempo t	1	2	3
Demanda de carga (MW)	100	150	200
Demanda de energia (MWh)	4380	6570	8760

**Tabela 5-2 – Demandas de carga e de energia.**

Cada cromossoma foi definido inicialmente da seguinte forma:

[ $x_{11}$   $x_{21}$   $x_{31}$   $x_{41}$  |  $x_{12}$   $x_{22}$   $x_{32}$   $x_{42}$  |  $x_{13}$   $x_{23}$   $x_{33}$   $x_{43}$  |  $y_{11}$   $y_{21}$   $y_{31}$   $y_{41}$  |  $y_{12}$   $y_{22}$   $y_{32}$   $y_{42}$  |  $y_{13}$   $y_{23}$   $y_{33}$   $y_{43}$ ]

Conforme já foi explicado anteriormente, os  $x_{ij}$  representam se a usina i foi ou não ligada no tempo j e os  $y_{ij}$  a quantidade de energia gerada pela usina i no tempo j. Como os valores possíveis de x são 0 (desligada) ou 1 (ligada), cada x corresponde a apenas 1 bit do cromossoma, enquanto que cada  $y_{ij}$  corresponde a 6 bits.

A formulação do problema adotada nesse exemplo corresponde ao critério determinístico (equação 3.1). A seguir são analisadas as restrições consideradas no exemplo:

a-) Restrições de estoque (também chamadas de restrições de unicidade):

Esse bloco de restrições impede que o modelo forneça um resultado em que uma determinada usina seja construída mais de uma vez.

Forma geral:  $\sum_{t=1}^T x_{mt} \leq 1$  para todo i.

No caso em questão, tem-se  $T = 3$  e  $m = 1, \dots, 4$

Então:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 1$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 1$$

OU:

$$-X_{11} - X_{12} - X_{13} + 1 \geq 0$$

$$-X_{21} - X_{22} - X_{23} + 1 \geq 0$$

$$-X_{31} - X_{32} - X_{33} + 1 \geq 0$$

$$-X_{41} - X_{42} - X_{43} + 1 \geq 0$$

A “usina de déficit” não aparece aqui porque ela não está sujeita a esse tipo de restrição: ela pode ser “construída” mais de uma vez.

b-) Em relação à operação:

b-1) Em cada estágio t, o total da geração deve atender à demanda de energia.

Forma geral:  $\sum_{m=1}^5 GT_{mt} \geq D_t$

onde  $GT_{mt}$  = energia gerada na planta m (m=1 até 5) no estágio t (t=1 até 3)

$D_t$  = valor da demanda de energia no tempo t.

Dessa forma, tem-se:

$$y_{1t} + y_{2t} + y_{3t} + y_{4t} + y_{5t} \geq D_t$$

Ou seja, para cada tempo, a demanda (em GWh) deve ser atendida:

$$y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41} + y_{51} \geq 4380$$

$$y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42} + y_{52} \geq 6570$$

$$y_{13} + y_{23} + y_{33} + y_{43} + y_{53} \geq 8760$$

b-2) O valor gerado por cada usina tem de ser não negativo e inferior à sua capacidade de geração. Ou seja, a usina não pode gerar mais do que sua capacidade. Essa restrição deixou de ser necessária pois, por um lado, o AG não gera números

negativos a não ser que seja “forçado” a isso. Por outro lado, a restrição de não gerar acima da capacidade máxima está atendida pelo próximo bloco de restrições.

c -) A cada estágio, o limite de geração depende de quais usinas foram construídas até então.

Forma geral:  $\overline{GT}_{mt} \leq \sigma_{mt} \overline{GT}_m$

onde  $\sigma_{mt}$  = capacidade de geração máxima da planta m no estágio t

Por exemplo:

$$y_{11} \leq (8760 * \text{fator cap.} * 5 \text{ anos} * \text{capacidade}) * x_{11}$$

$$y_{11} \leq 8760 * 0,5 * 5 * 150 * x_{11}$$

E assim por diante:

$$y_{11} \leq 3285 * x_{11}$$

$$y_{12} \leq 3285 * (x_{11} + x_{12})$$

$$y_{13} \leq 3285 * (x_{11} + x_{12} + x_{13})$$

$$y_{21} \leq 3504 * x_{21}$$

$$y_{22} \leq 3504 * (x_{21} + x_{22})$$

$$y_{23} \leq 3504 * (x_{21} + x_{22} + x_{23})$$

$$y_{31} \leq 2452,8 * x_{31}$$

$$y_{32} \leq 2452,8 * (x_{31} + x_{32})$$

$$y_{33} \leq 2452,8 * (x_{31} + x_{32} + x_{33})$$

$$y_{41} \leq 1051 * x_{41}$$

$$y_{42} \leq 1051 * (x_{41} + x_{42})$$

$$y_{43} \leq 1051 * (x_{41} + x_{42} + x_{43})$$

O problema pode ser formulado, então, da seguinte forma:

Função objetivo:  $z = \text{Min } \sum (\text{custos construção} + \text{custos operação})$

$$\begin{aligned} z = \min & \quad 225 * x_{11} + 70 * x_{21} + 77 * x_{31} + 45 * x_{41} \\ & + 225 * x_{12} + 70 * x_{22} + 77 * x_{32} + 45 * x_{42} \\ & + 225 * x_{13} + 70 * x_{23} + 77 * x_{33} + 45 * x_{43} \\ & + 20 * (y_{21} + y_{31} + y_{41}) + 300 * y_{51} \\ & + 20 * (y_{22} + y_{32} + y_{42}) + 300 * y_{52} \\ & + 20 * (y_{23} + y_{33} + y_{43}) + 300 * y_{53} \end{aligned}$$

sujeito a:

( a )

$$-x_{11} - x_{12} - x_{13} + 1 \geq 0$$

$$-x_{21} - x_{22} - x_{23} + 1 \geq 0$$

$$-x_{31} - x_{32} - x_{33} + 1 \geq 0$$

$$-x_{41} - x_{42} - x_{43} + 1 \geq 0$$

( b )

$$y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41} + y_{51} - 4380 > 0$$

$$y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42} + y_{52} - 6570 > 0$$

$$y_{13} + y_{23} + y_{33} + y_{43} + y_{53} - 8760 > 0$$

( c )

$$y_{11} - 3285 * x_{11} \leq 0$$

$$y_{12} - 3285 * (x_{11} + x_{12}) \leq 0$$

$$y_{13} - 3285 * (x_{11} + x_{12} + x_{13}) \leq 0$$

$$y_{21} - 3504 * x_{21} \leq 0$$

$$y_{22} - 3504 * (x_{21} + x_{22}) \leq 0$$

$$y_{23} - 3504 * (x_{21} + x_{22} + x_{23}) \leq 0$$

$$y_{31} - 2452,8 * x_{31} \leq 0$$

$$y_{32} - 2452,8 * (x_{31} + x_{32}) \leq 0$$

$$y_{33} - 2452,8 * (x_{31} + x_{32} + x_{33}) \leq 0$$

$$y_{41} - 1051 * x_{41} \leq 0$$

$$y_{42} - 1051 * (x_{41} + x_{42}) \leq 0$$

$$y_{43} - 1051 * (x_{41} + x_{42} + x_{43}) \leq 0$$

O método de resolução utilizado foi baseado no algoritmo programado em Pascal SGA (Simple Genetic Algorithm) apresentado em (GOLDBERG, 1989) e modificado pelo Prof. João Lizardo Araújo (substituição do método da roleta pelo resto estocástico e escalonamento da população) e adaptado para ser adequado ao caso aqui estudado. O *crossover* era inicialmente num único ponto e o critério de seleção o da roleta. A população inicial era sorteada bit a bit como cara e coroa.

O AG é estruturado para maximizar o valor de uma função e, como os os valores de  $x$  e de  $y$  são sempre positivos, tornou-se necessário trocar o sinal da função objetivo (custo) para poder continuar maximizando a aptidão da população.

Inicialmente, o problema foi formulado conforme a estrutura acima. No entanto a geração aleatória da população inicial, feita pelo SGA, fornecia indivíduos quase sempre inviáveis. Para contornar isso, foram inseridas penalizações para as soluções que não atendessem a qualquer uma das restrições dando uma “nota” muito baixa para  $z$  (função objetivo) correspondente àquela solução indesejada. No entanto, esse artifício não resultou em grandes progressos, uma vez que praticamente todas as soluções “tiravam” nota baixa, ou seja, algumas das restrições não eram atendidas logo de início e, por conseguinte, os mecanismos de seleção e mutação não eram suficientes para “puxar” as soluções para um campo viável. A razão para esse fato é que o espaço de busca era muito grande (da ordem de 200 mil soluções possíveis) comparativamente com a região de soluções viáveis.

Para contornar esse problema, foram introduzidas algumas restrições na população inicial, de forma que esta apresentasse um número elevado de indivíduos viáveis. A melhora do desempenho do algoritmo foi, na verdade, aparente. Isto porque a usina de déficit se constituía na única variável sem restrições e o problema de otimização ficou em torno de se minimizar esse déficit, ignorando as energias geradas pelas outras usinas, uma vez que estes valores eram muito pequenos quando comparados com os valores de déficit. Ou seja, os parâmetros do AG estavam longe de poderem ser considerados bons.

Foi feita, então, uma reestruturação total do algoritmo. Primeiramente, os cromossomas foram “normalizados”. Ou seja, o valor máximo de cada campo  $[1111] = 15$  foi

multiplicado por um número tal que o valor máximo de energia gerado não ultrapassasse a capacidade de geração de cada usina.

Os valores de  $y$  foram divididos em 16 classes.

# classe	usina 1	usina 2	usina 3	usina 4
15	3285	3504	2453	1051
14	3066	3270	2289	981
13	2847	3037	2126	911
12	2628	2803	1962	841
11	2409	2570	1799	771
10	2190	2336	1635	701
9	1971	2102	1472	631
8	1752	1869	1308	561
7	1533	1635	1145	491
6	1314	1402	981	420
5	1095	1168	818	350
4	876	934	654	280
3	657	701	491	210
2	438	467	327	140
1	219	234	164	70
0	0	0	0	0

**Tabela 5-3 – Classes de demanda**

Além disso, o conjunto de variáveis  $x$  foi eliminado<sup>2</sup>. No cálculo da função objetivo isto se deu da seguinte forma: caso determinada usina tenha gerado energia, significa que a mesma foi construída. Nesse caso, o custo de construção correspondente foi adicionado à função objetivo. Com esses dois artifícios (“normalização” e eliminação das variáveis  $x$ ), o conjunto de restrições ( $c$ ) fica desnecessário.

O cromossoma, então, ficou da seguinte forma:

$$[y_{11} \ y_{21} \ y_{31} \ y_{41} \mid y_{12} \ y_{22} \ y_{32} \ y_{42} \mid y_{13} \ y_{23} \ y_{33} \ y_{43}]$$

Sendo que cada variável  $y_{ij}$  apresentava 4 bits.

<sup>2</sup> Isto só foi possível porque esse estudo de caso é muito simplificado. Em problemas reais da expansão da geração, conforme os próximos capítulos sugerem, a melhor forma de se utilizar os AG's é na determinação do vetor  $x$ , uma vez que as características do problema de operação levam naturalmente a uma abordagem do tipo programação linear.



Por último, em vez de se considerar a usina de déficit como uma variável independente, calculou-se a diferença entre a demanda de energia e a soma das energias geradas num determinado estágio, ou seja:

$$y_{51} = 4380 - (y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41})$$

$$y_{52} = 6570 - (y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42})$$

$$y_{53} = 8760 - (y_{13} + y_{23} + y_{33} + y_{43})$$

O desempenho do algoritmo melhorou bastante, mas ainda precisava de mais ajustes. Um desses ajustes se constituiu em penalizar também as soluções onde não houvesse déficit mas, sim, superávit de geração de energia (sinal do  $y_{5i}$ ).

A partir desse ponto, foram feitas modificações quanto ao critério de seleção: em vez do resto estocástico, utilizou-se o torneio (ou seja, a cada  $k$  soluções escolhidas ao acaso “vence” aquela de maior valor da função de aptidão). Um outro critério analisado foi o do elitismo: manter na população o indivíduo - ou os indivíduos - que tenham alcançado os maiores valores de aptidão. O *crossover* em dois pontos também foi testado. O ponto (ou os pontos) em que são feitas as trocas das informações contidas em cada cromossoma são determinados aleatoriamente.

O ótimo determinístico foi calculado por programação inteira por meio do *software* GAMS utilizado por ROCHA (1998) e corresponde à seguinte solução:

Custo mínimo: US\$ 197,5 x 10<sup>6</sup>.

Usina/estágio	$t_1$	$t_2$	$t_3$
Usina 1	3285	3285	3285
Usina 2	1095	3285	3504
Usina 3	0	0	1971
Usina 4	0	0	0
Usina 5	0	0	0

**Tabela 5-4 – Solução ótima: energia gerada por estágio por usina em MWh**

O anexo A apresenta alguns resultados experimentais obtidos. A análise desses resultados é feita a seguir. Nessas tabelas foram grifados os resultados que correspondem a valores de custos maiores em até 15% do ótimo calculado pelo GAMS, conforme já mencionado. Esses valores corresponderiam a soluções boas ou quase tão boas quanto o ótimo global.

A análise dos resultados obtidos levou às seguintes observações:

- a taxa de mutação é fator determinante para a obtenção de bons resultados: a principal conclusão é que, para o problema analisado, deve-se utilizar o método do elitismo associado a elevadas taxas de mutação (0,01 por bit);
- a taxa de *crossover* parece não ter grande influência sobre o resultado;
- o número de pontos de *crossover* analisados (1 e 2) levaram a resultados semelhantes;
- os métodos de seleção testados levaram a resultados equivalentes;
- apesar de não constar nas tabelas, foi analisado o método da roleta tal como consta em GOLDBERG (1989), levando a resultados ruins;
- é claro que a análise não deve ser feita em cima apenas do valor da função objetivo e do número de gerações até atingir o ótimo. Cada solução corresponde a um cronograma de entrada em operação de cada usina num tempo  $i$  com geração  $y$ . Em alguns resultados, um acréscimo de até 5% no custo corresponderia a alternativas de expansão sub-ótimas. Isso pode ser interessante caso forem considerados outros critérios, por exemplo, uma solução *quase* tão boa quanto a ótima pode corresponder a um nível de emissões de CO<sub>2</sub> bem inferior às emissões causadas pela solução ótima.

## **6 O modelo de expansão da geração sob incertezas MODPIN**

Este capítulo baseia-se principalmente em PEREIRA *et al.* (1991). Inicialmente, apresenta as incertezas que foram incorporadas ao MODPIN. O item seguinte mostra o algoritmo de solução para o problema da expansão da geração para a fase 1 do critério Minimax, cuja descrição foi feita na seção 3.5.2. Posteriormente, é apresentada a extensão da metodologia para estratégias (fase 2 do referido critério). Os subproblemas de investimento (formulação para a fase 2 e heurísticas adotadas) e operação são abordados respectivamente nos itens 6.4 e 6.5.

Os itens a seguir foram considerados mais relevantes dentro do contexto da pesquisa da tese. Para maiores detalhes, sugere-se consultar o documento citado no parágrafo anterior, bem como os manuais de metodologia e de descrição dos arquivos de dados do modelo (CEPEL, 1999) e (CEPEL & PSR, 1999).

### **6.1 Representação de Incertezas**

Dentre as possíveis fontes de incertezas existentes no planejamento da expansão de um sistema hidrotérmico, o MODPIN incorpora as seguintes: mercado, custos de combustíveis, atraso de obras e afluições.

#### **6.1.1 Mercado**

As projeções de mercado de energia elétrica incorporam um conjunto de incertezas, externas ao ambiente do setor elétrico, de grande magnitude e de difícil quantificação.

O primeiro conjunto de incertezas refere-se às perspectivas de evolução da economia não só quanto às suas taxas de crescimento, mas também quanto a sua estrutura e distribuição das rendas geradas. As dificuldades envolvidas na previsão da evolução do comportamento da economia e seu conseqüente impacto sobre o mercado de energia

elétrica se devem, não apenas às incertezas vinculadas aos fatores locais, mas também àquelas associadas ao quadro internacional.

As variações no ambiente econômico são de difícil previsão e mensuração e podem impactar significativamente o mercado de energia elétrica. Mudanças nos níveis esperados da atividade econômica vão afetar diretamente os níveis de consumo de eletricidade no sistema produtivo. Como, por sua vez, a intensidade energética varia de setor para setor, a evolução do consumo de energia elétrica como insumo dependerá também da evolução relativa dos diferentes setores.

Quanto às previsões do consumo residencial de energia elétrica, elas variarão, dependendo de flutuações no comportamento da economia, diretamente afetadas pela evolução do estoque de eletrodomésticos e pela relação entre o preço da eletricidade e a renda disponível para as famílias (elasticidade-renda), ou ainda, em uma perspectiva temporal mais ampla, pelo número de domicílios do país e pela taxa de ligações.

Ainda do ponto de vista do aspecto econômico, algumas incertezas na evolução do consumo de eletricidade são consequência da competição, em vários segmentos e tipos de uso, entre esse e outros produtos energéticos. A evolução dos preços relativos dos produtos energéticos impacta diretamente os padrões de consumo de energia e está sujeita a uma série de incertezas, com destaque para o preço internacional do petróleo.

Fatores de natureza técnica, ligados ao uso de diferentes tecnologias e à evolução do consumo específico dos diversos equipamentos, também podem variar significativamente, dando margem a uma grande faixa de variação nas demandas resultantes por energia elétrica. Além disso, fatores sociais e comportamentais ligados à organização do espaço urbano e aos hábitos da população, particularmente no que se refere aos padrões de uso de eletrodomésticos, podem se modificar, com impactos diretos nos níveis de consumo de eletricidade.

Deve-se destacar a quase impossibilidade de se associar uma função de probabilidades capaz de representar com precisão os aspectos aleatórios do consumo<sup>1</sup>. Ao contrário de outros fenômenos como, por exemplo, os hidrológicos, capazes de receber um tratamento probabilístico rigoroso, tem-se aqui um nível de incertezas elevado, que, porém, não apresentam características de regularidade estatística e que se vinculam a uma multiplicidade de possíveis causas.

O tratamento metodológico dessas incertezas fica assim condicionado a uma abordagem de cenários, que devem procurar varrer o espectro de trajetórias mais prováveis; infelizmente, sem que se possa atribuir uma probabilidade específica a cada caso.

Para estudos de planejamento, pode-se, então, lidar com as incertezas do mercado, trabalhando-se com uma árvore de trajetórias possíveis, em cuja montagem deve-se levar em conta de maneira distinta, aspectos de curto e de longo prazo. A longo prazo, as trajetórias de evolução do mercado de energia elétrica são determinadas pelos cenários de desenvolvimento sócio-econômico considerados, estando cada trajetória associada a uma rota alternativa para o país. A curto prazo, predominam os fatores conjunturais, relativamente independentes das possíveis trajetórias a longo prazo. Assim, deve-se examinar em qualquer caso, uma faixa de variações em torno de cada trajetória básica.

Deve-se destacar que, particularmente numa economia com problemas de desajustes, esse quadro de incertezas conjunturais pode ser agravado por mudanças de política econômica com sua conseqüente geração de instabilidades no comportamento do mercado.

#### 6.1.2 Custos de combustíveis

---

<sup>1</sup> A esse tipo de problema, os economistas denominam "incerteza", em contraste com a situação na qual é possível estimarem-se probabilidades, denominada por eles, de "risco".

Os custos variáveis de geração são os principais afetados no caso de usinas termelétricas. Os combustíveis utilizados, especialmente os derivados de petróleo, são afetados pelas variações na conjuntura internacional, por situações de escassez de energéticos e por dificuldades de suprimento. No caso de termelétricas a carvão, os impactos ambientais poderão afetar aspectos ligados à mineração com conseqüentes reflexos nos custos e disponibilidade de combustíveis.

#### 6.1.3 Atraso de obras

A incerteza nos custos de investimento refere-se especialmente à introdução de novas tecnologias de geração e transmissão de energia elétrica. Nesse caso, o desenvolvimento do projeto pode acarretar diferenças substanciais em relação ao orçamento e cronograma previstos.

No caso de tecnologias já conhecidas, a incerteza reflete a qualidade do projeto, que pode apresentar maior ou menor precisão. Deve-se, entretanto, distinguir o efeito de outras incertezas no custo do projeto. Ou seja, alterações na demanda ou falta de recursos financeiros podem dilatar o prazo de execução do projeto, acarretando, por exemplo, o aumento dos investimentos devido aos juros durante a construção e ao maior período de manutenção do canteiro de obras.

Outra fonte de incertezas é a incapacidade em quantificar *a priori* as medidas para limitar os impactos ambientais dos projetos. O estabelecimento de medidas regulatórias adequadas e sua incorporação nos projetos do setor elétrico poderão minorar esses efeitos.

#### 6.1.4 Afluências

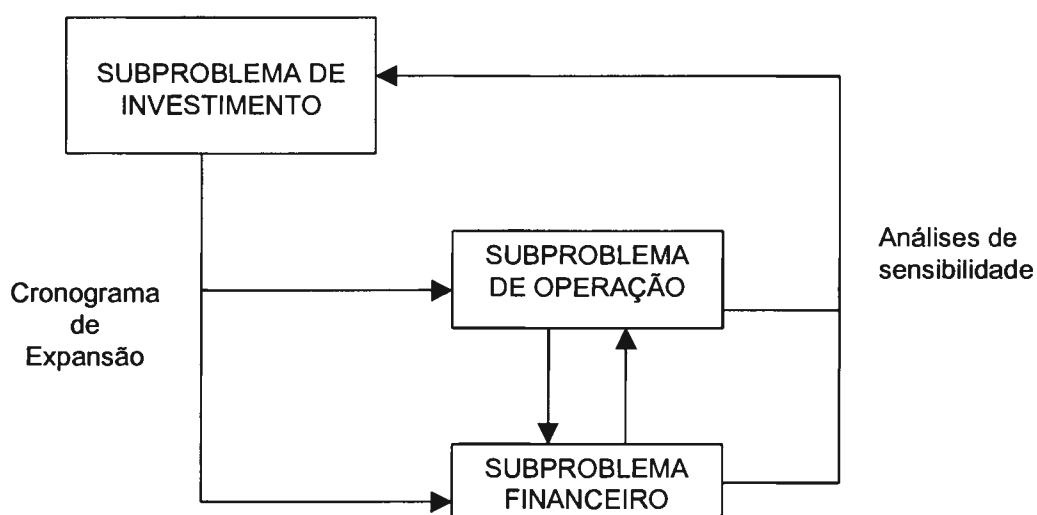
As seqüências de afluências tem papel crítico em estudos de simulação e otimização da expansão e operação de sistemas hidrotérmicos. O fenômeno hidrológico pode ser convenientemente modelado por meio de processos estocásticos, utilizando as

informações provenientes do registro histórico de vazões. O objetivo dos modelos de síntese de vazões é obter o máximo de informação possível a partir dos dados históricos. Esses modelos analisam o registro histórico como uma realização do processo estocástico e tentam estimar os parâmetros desse processo. Os modelos de geração de séries sintéticas de vazões são utilizados para fornecer diversas seqüências de vazões igualmente prováveis. Infelizmente no caso brasileiro, o tamanho do registro histórico em geral é de apenas 50 anos, o que dificulta a obtenção dos parâmetros do processo estocástico. Neste trabalho, o processo estocástico está representado por intermédio de cenários compostos por seqüências de vazões  $\{A_t, t = 1, \dots, T\}$  associadas a probabilidades.

## 6.2 Metodologia de solução

O algoritmo de solução baseia-se na decomposição do problema da expansão nos subproblemas de investimento e de análises de desempenho financeiro e operativo, associadas a esse investimento, que podem ser eficientemente resolvidos através de técnicas de decomposição da programação matemática.

A Figura 6-1 ilustra o esquema de decomposição:



**Figura 6-1 - Esquema de decomposição utilizado no MODPIN.**

Fonte : Baseado em PEREIRA *et al.*, 1991.

O subproblema de investimento é um problema de programação inteira mista de múltiplos estágios, cuja solução fornece uma estratégia candidata de investimentos para todo o período de planejamento. Esse subproblema é resolvido no MODPIN por um algoritmo de "*Branch and Bound*" (HU, 1969).

O subproblema de operação aborda a operação cronológica das hidrelétricas, o despacho térmico e o intercâmbio de energia entre áreas interligadas. O MODPIN dispõe de duas opções para a resolução do subproblema de operação. Uma utiliza um algoritmo de fluxo em rede determinístico com representação agregada dos reservatórios (JOHNSON, 1966) e a outra utiliza o programa MODDHT (Módulo de Despacho Hidrotérmico), desenvolvido pela ELETROBRÁS, que se baseia na programação dinâmica estocástica, também com representação agregada dos reservatórios.

O subproblema financeiro considera as restrições anuais de desembolsos: as receitas anuais da operação mais empréstimos externos devem exceder os desembolsos anuais dos projetos em construção, mais o pagamento de débitos anteriores (serviço da dívida). Adicionalmente, representa-se também limites no total de empréstimos que podem ser obtidos de cada classe de instituição financeira (por exemplo, BID, bancos privados, etc.)

A integração entre os subproblemas de investimento, de operação e financeiro é feita por intermédio da *técnica de decomposição de Benders* (LASDON, 1970), que será detalhada no próximo item. Esse esquema de decomposição foi inicialmente adotado no programa de planejamento da expansão EGEAS, desenvolvido em 1985 pelo Electric Power Research Institute (EPRI, 1988) e atualmente comercializado pela Stone & Webster. Esse programa é utilizado por dezenas de empresas nos Estados Unidos, Europa e Ásia, além de instituições multilaterais como o Asian Development Bank e o Banco Mundial.

Em 1993, versões mais avançadas dessa técnica foram incorporadas ao modelo MODPIN, parte do sistema SUPER/OLADE/BID. Este modelo foi desenvolvido pelo Cepel e pela PSR (POWER SYSTEMS RESEARCH INC.) com o apoio da Olade (Organização Latino-



Americana de Desenvolvimento Energético), do BID e do GCPS (Grupo Coordenador do Planejamento da Expansão). O MODPIN foi utilizado no planejamento da expansão da Colômbia, Chile, Equador, Bolívia e os seis países da América Central (projeto conjunto BID-governo espanhol). No Brasil, os principais usuários são: CESP, COPEL e Eletrobrás. Mais recentemente, o licenciamento do MODPIN vem sendo negociado com a Electricité de France (EdF) e o EPRI para distribuição na Europa e América do Norte.

Um aspecto atraente desse método de decomposição é a disponibilidade, a cada iteração, de limites inferiores e superiores para o valor ótimo da função objetivo. O procedimento termina dentro de uma tolerância pré-especificada entre esses dois limites (PEREIRA *et al.*, 1993). Cada limite superior está associado a uma solução viável e o menor desses valores pode ser tomado como uma solução.

Os programas executáveis que compõem o sistema MODPIN foram codificados em FORTRAN-77 e C, dispondo-se de uma versão para microcomputador padrão PC. O compilador utilizado é o WATCOM versão 11.0a. O sistema é composto por um arquivo em lote, dois programas executáveis e uma biblioteca de ligação dinâmica, conforme apresentado na Tabela 6-1.

Programa	Descrição
MODPIN.BAT	arquivo em lote que controla a execução do sistema.
PINEXE.EXE	implementa a metodologia proposta para o planejamento da expansão de sistemas elétricos com representação de incertezas.
DIRDHT.EXE	gerencia a criação dos subdiretórios necessários para a execução do sistema.
CPLEX65.DLL	biblioteca de ligação dinâmica contendo o pacote CPLEX.

**Tabela 6-1 : Programas componentes do modelo MODPIN.**

Fonte: Descrição dos arquivos de dados (CEPEL & PSR, 1999)

### 6.2.1 Decomposição de Benders

Com o objetivo de simplificar a notação e sem comprometer a validade da metodologia, pode-se considerar um único cenário hidrológico e um único intervalo de tempo. O problema de expansão determinístico é formulado como:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & c x + d y \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & A x \geq b \\ & E x + F y \geq h \\ & x \in \{0,1\}^n \\ & y \geq 0 \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde  $c \in \mathbb{R}^n$ ,  $d \in \mathbb{R}^q$ ,  $A$  e  $b$  são matrizes  $m \times n$  e  $m \times 1$  respectivamente,  $E$  e  $F$  são matrizes  $p \times q$  e  $h \in \mathbb{R}^p$ . Nesse problema  $x$  representa as variáveis de investimento; o custo total de construção é  $cx$  e  $A x \geq b$  representa restrições de unicidade (datas mínima e máxima de entrada das obras<sup>2</sup>, plantas mutuamente exclusivas, etc.);  $y$  representa as variáveis de operação (volumes armazenados, turbinados e vertidos, geração térmica, déficit etc.) e  $dy$  é o custo total de operação;  $E x + F y \geq h$  representa as restrições operativas (conservação da água, atendimento à demanda, restrições financeiras e limites de geração e transmissão). Portanto, esse problema é do tipo programação inteira mista.

Supondo que exista um particular vetor  $x$  que satisfaça às restrições de investimento  $A x \geq b$ , o problema de operação resultante é:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & d y \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & F y \geq h - E x \\ & y \geq 0 \end{aligned} \tag{6.2}$$

---

<sup>2</sup> No caso simplificado aqui apresentado, onde só existe um estágio, esse tipo de restrição não se aplica.

A decomposição de Benders se baseia na observação de que a solução ótima do problema de operação pode ser representada como uma *função* da decisão de investimento  $x$ . Assim, define-se a função  $w$  como:

$$\begin{aligned} w(x) = \text{Min} \quad & dy \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & Fy \geq h - Ex \\ & y \geq 0 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Conhecida essa função, o problema de expansão pode ser escrito somente em termos da variável  $x$ :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & cx + w(x) \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & Ax \geq b \\ & x \in \{0,1\}^n \end{aligned} \tag{6.4}$$

O problema dual associado a (6.3) é dado por<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned} w(x) = \text{Max} \quad & \pi (h - Ex) \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & F\pi \leq d \\ & \pi \geq 0 \end{aligned} \tag{6.5}$$

onde  $\pi$  é o vetor de multiplicadores duais correspondentes às restrições do problema (6.3). Como a solução ótima de um problema de programação linear está sempre num ponto extremo (vértice) do politopo delimitado pelo conjunto de restrições, torna-se possível reescrever (6.5) como:

$$w(x) = \text{Max} \{ \pi^i (h - Ex), i = 1, \dots, r \} \tag{6.6}$$

---

<sup>3</sup> É importante observar que, pela teoria da dualidade, a solução de (6.5) é igual à de (6.3). Por isso, é lícito escrever  $w(x)$  como a solução dos dois problemas.

onde  $(\pi^i, i = 1, \dots, r)$ , são as soluções correspondentes aos vértices do politopo e se constituem portanto, em por soluções viáveis.

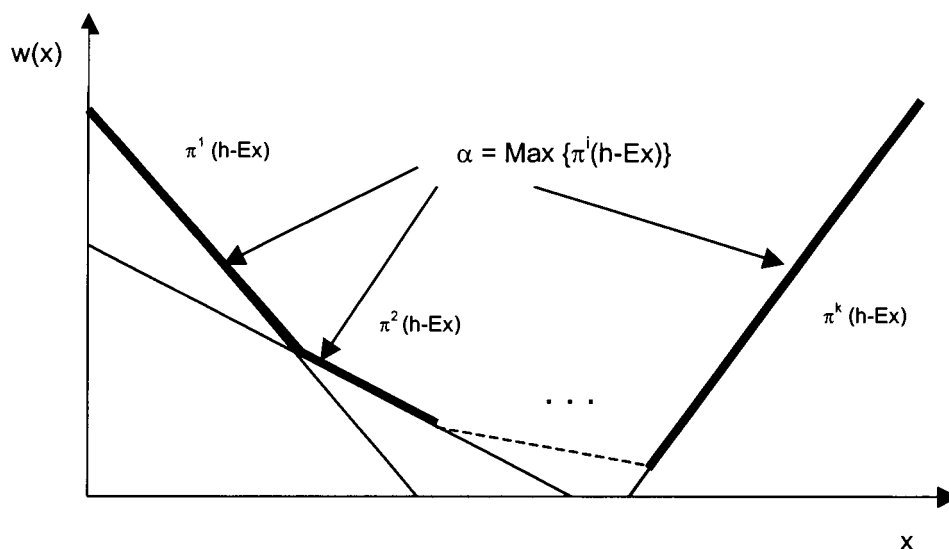
O problema (6.6) pode ser escrito de maneira equivalente como:

$$\begin{aligned} w(x) = \text{Min} \quad & \alpha \\ \text{sujeito a} \quad & \\ & \alpha \geq \pi^1(h - Ex) \\ & \alpha \geq \pi^2(h - Ex) \\ & \dots \\ & \alpha \geq \pi^r(h - Ex) \end{aligned} \tag{6.7}$$

onde  $\alpha$  é uma variável escalar.

Dado que  $\alpha$  é maior ou igual a cada  $\pi^i(h - Ex)$ , é em particular maior do que o máximo valor. Como o objetivo é minimizar  $\alpha$ , o ótimo será igual a este máximo. Isto permite concluir que as formulações (6.6) e (6.7) são equivalentes.

A formulação (6.7) pode ser interpretada geometricamente como uma função *linear por partes*, ilustrada na Figura 6-2.



**Figura 6-2 - Representação Geométrica do Problema Operativo  $w(x)$**

Fonte: PEREIRA *et al.*, 1991.

Observe-se que  $w(x)$  é uma função linear por partes, caracterizada por seus “pontos de quebra”, que correspondem à interseção das diversas restrições do problema (6.7). Entretanto, não é possível identificar esses pontos de quebra *a priori*, pois isso equivaleria a resolver problemas de programação linear diretamente a partir dos vértices do politopo das soluções viáveis.

Em outras palavras, à exceção de problemas muito simplificados, é extremamente trabalhoso determinar a função de custo operativo  $w(x)$ . A alternativa é obter uma solução numérica para o problema de operação.

Substituindo (6.7) no problema de planejamento (6.4), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 &\text{Min} \quad c x + \alpha && (6.8) \\
 &\text{sujeito a} \\
 &\quad A x \geq b \\
 &\quad \alpha \geq \pi^i (h - E x) \quad i = 1, \dots, r \\
 &\quad x \in \{0,1\}^n \\
 &\quad \alpha \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

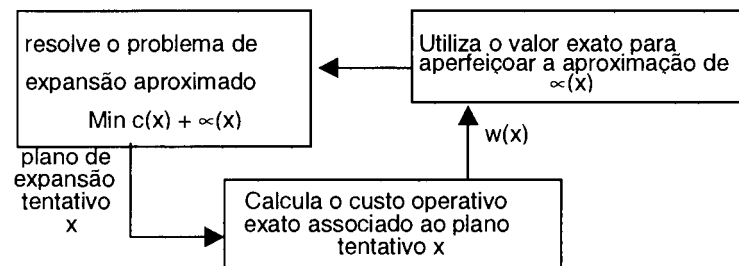
O número de restrições  $r$  desse problema pode ser muito grande. Entretanto, pode-se demonstrar que na solução ótima apenas algumas dessas restrições estarão ativas. Isto sugere o uso de *técnicas de relaxação*.

O algoritmo de decomposição de Benders é uma técnica de relaxação que consiste na resolução iterativa dos problemas (6.8) e (6.3) gerando-se a cada iteração um dos hiperplanos suporte da função  $w(x)$  - chamados de cortes de Benders - até se alcançar uma solução dentro dos limites de uma precisão desejada.

Nessa abordagem, a construção da função  $w(x)$  é feita por meio da decomposição do problema em dois subproblemas: um subproblema aproximado de programação inteira mista que fornece uma solução do problema (6.1), produzindo um plano candidato para expansão (a cada iteração); e um problema de operação exato, equivalente ao

expansão (a cada iteração); e um problema de operação exato, equivalente ao problema (6.2), que calcula o custo operativo associado ao plano produzido pelo subproblema anterior. Esse custo operativo exato é utilizado para aperfeiçoar o problema aproximado, que é então novamente resolvido.

Dessa forma, o algoritmo de decomposição constrói aproximações sucessivas da função  $w(x)$ , até chegar à solução ótima do problema. É importante observar, entretanto, que, na grande maioria dos casos de problemas reais, é satisfatório chegar a uma região adequadamente próxima do ótimo e, assim, diminuir substancialmente o tempo de processamento necessário para a convergência. A Figura 6-3 ilustra o esquema de decomposição, que é descrito em detalhe no próximo item.



**Figura 6-3 : Construção Iterativa da Função  $w(x)$**

Fonte: : Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

Para aliviar o esforço computacional do cálculo de  $w(x)$ , foram implementados no MODPIN algoritmos eficientes de solução, baseados em fluxos em rede ou programação dinâmica estocástica.

### 6.2.2 O Algoritmo de Benders

O algoritmo de decomposição de Benders consiste nos seguintes passos:

2. Resolva o problema mestre:

$$z = \quad \text{Min} \quad c x + \alpha \quad (6.9)$$

sujeito a

$$A x \geq b \quad (6.9a)$$

$$\alpha \geq \pi^k (h - E x) \quad k = 1, \dots, K \quad (6.9b)$$

$$x \in \{0,1\}^n, \alpha \in \mathbb{R}$$

3. Seja  $\{x_{K+1}^*, \alpha_{K+1}^*\}$  a solução ótima de (6.9). Calcule  $\underline{z} = c x_{K+1}^* + \alpha_{K+1}^*$ .

4. Faça  $K = K + 1$  e resolva o problema de operação:

$$w(x_K^*) = \quad \text{Min} \quad dy \quad (6.10)$$

sujeito a

$$F y \geq h - E x_K^*$$

$$y \geq 0$$

5. Seja  $y_K^*$  a solução de (6.10). Calcule  $\bar{z} = \min \{\bar{z}, c x_K^* + d y_K^*\}$ .

6. Se  $\bar{z} - \underline{z}$  é menor que uma dada tolerância a solução associada a  $\bar{z}$  é a ótima. Pare. Em caso contrário, vá para o passo 7.

7. Gere um novo hiperplano suporte de  $w(x)$ :

$$\alpha \geq \pi^K (h - E x) \quad (6.11)$$

onde  $\pi^K$  é o vetor de multiplicadores do problema de operação. Esse vetor é uma solução básica viável do problema dual (6.5) e, portanto, um vértice da região viável  $F\pi \leq d$ . Esse vértice pode ser usado para formar uma nova

restrição do tipo  $\alpha \geq \pi^K (h - E x)$  denominada *corte de Benders* que será adicionado ao problema relaxado (6.9), voltando ao passo 2.

O algoritmo de Benders é muito conveniente para problemas que envolvem processos de decisão seqüenciais. As informações sobre as conseqüências de uma dada decisão  $x$  em termos de custo das variáveis  $y$  são obtidas a partir da solução do problema (6.11) e usadas para determinar uma nova proposta  $x$ .

Para se verificar que  $\underline{z}$  e  $\bar{z}$  como definidos no algoritmo, são respectivamente limite inferior e superior do valor ótimo da função objetivo do problema original basta observar que, por ser (6.9) uma relaxação do problema original escrito na forma equivalente (6.8), o valor ótimo da função objetivo  $\underline{z}$  é um limite inferior do valor ótimo do problema original. Por outro lado, a cada iteração, o par  $(x_K^*, y_K^*)$  satisfaz:

$$\begin{aligned} A x_K^* &\geq b \\ E x_K^* + F y_K^* &\geq h \end{aligned}$$

por serem  $x_K^*$  e  $y_K^*$  soluções dos problemas (6.9) e (6.10) respectivamente. Assim, o par  $(x_K^*, y_K^*)$  é uma solução viável do problema original (6.1) e portanto:

$$\bar{z} = c x_K^* + d y_K^*$$

é um limite superior para o valor ótimo da função objetivo do problema original.

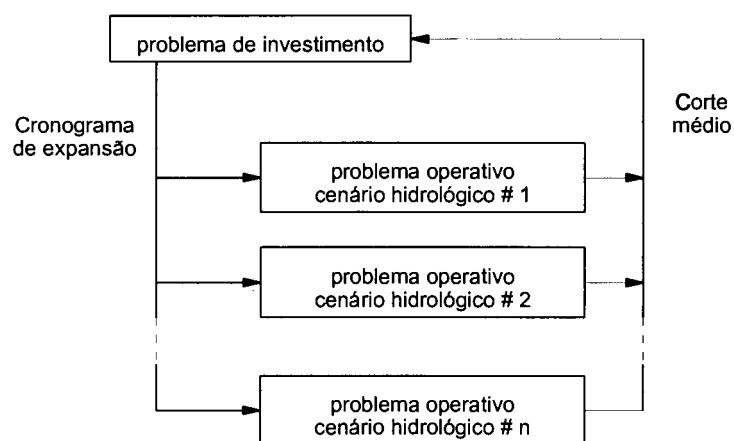
Esse é um aspecto atraente do algoritmo: ele fornece a cada iteração um limite inferior e um limite superior do valor ótimo da função objetivo. No ponto de ótimo, ambos os limites convergem para o ótimo da função objetivo. Cada limite superior está associado



a uma solução viável. Portanto, a melhor destas soluções viáveis pode ser escolhida como solução do problema quando o algoritmo converge para uma dada tolerância, obtendo-se assim uma solução tão perto da solução ótima quanto for a precisão desejada.

### 6.2.3 Extensão para Problemas Estocásticos

O algoritmo de decomposição será estendido agora para o caso em que o subproblema de operação é estocástico, mas o subproblema de investimento é determinístico, isto é, só há um cenário de mercado. A Figura 6-4 ilustra o processo de decomposição.



**Figura 6-4: Processo de decomposição - caso estocástico**

Fonte: : Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

O problema de planejamento nesse caso é formulado como:

$$\begin{aligned}
z = \quad & \text{Min} \quad c x + p_1 d_1 y_1 + p_2 d_2 y_2 + \dots + p_n d_n y_n \\
& \text{sujeito a} \\
& A x \geq b \\
& E_1 x + F_1 y_1 \geq h_1 \\
& E_2 x + F_2 y_2 \geq h_2 \\
& \dots \\
& E_n x + F_n y_n \geq h_n \\
& x \text{ inteiro}; y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; \dots y_n \geq 0
\end{aligned}$$

onde  $(E, F, h, d)$  são variáveis aleatórias discretas e  $p_j$  é a probabilidade associada ao evento  $(E_j, F_j, h_j, d_j)$  para todo  $j = 1, \dots, n$ .

Dada uma solução do problema mestre  $x^k$ , cada problema operativo  $j$  consiste em:

$$\begin{aligned}
w_j(x^k) = \quad & \text{Min} \quad d_j y_j \\
& \text{sujeito a} \\
& F_j y_j \geq h_j - E_j x^k \\
& y_j \geq 0
\end{aligned}$$

O corte de Benders é construído a partir dos valores esperados dos multiplicadores e das funções objetivo dos problemas operativos. O problema mestre na  $k$ -ésima iteração é:

$$\begin{aligned}
z = \quad & \text{Min} \quad c x + \bar{\alpha} \\
& \text{sujeito a} \\
& A x \geq b \\
& \bar{\alpha} \geq \bar{w}(x^k) + \sum_{j=1}^n (p_j \pi_j^k E_j) (x^k - x) \quad k = 1, \dots, K
\end{aligned}$$

onde  $\bar{\alpha}$  é o valor esperado do custo de operação, e

$$\bar{w}(x^k) = \sum_{j=1}^n p_j \bar{w}_j(x^k).$$

### **6.3 Extensão da metodologia para estratégias**

Neste item será apresentada a extensão da metodologia de decomposição de Benders para formulações do tipo (3.4) e (3.5) onde o objetivo é determinar uma estratégia ótima de expansão. Em seguida, será formulado o problema de investimento para o critério Minimax, que foi adotado neste trabalho para determinar a estratégia de expansão do sistema elétrico brasileiro. Finalmente serão apresentadas as características do subproblema de operação: o modelo agregado utilizado na representação do sistema, a sua formulação, o algoritmo de solução e a obtenção dos cortes.

Para cada cenário de demanda, o problema da fase 1 é formulado como:

Minimizar custo de investimento + custo médio de operação

Sujeito a:

- ♦ restrições de unicidade

para cada cenário hidrológico:

- ♦ balanço hídrico
- ♦ balanço de energia
- ♦ limites de capacidade
- ♦ restrições financeiras

O problema da fase 2 é formulado como:

Minimizar máximo arrependimento

sujeito a:

para cada cenário de demanda:

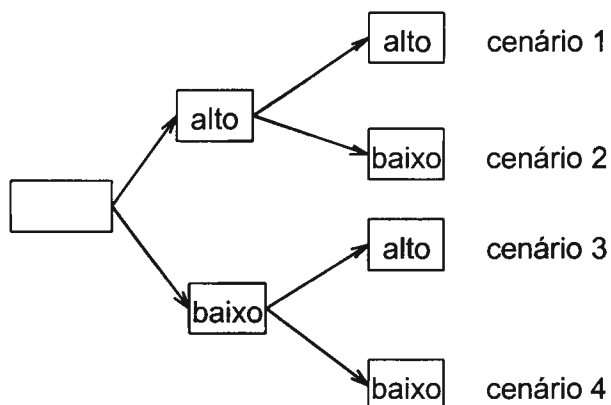
- ♦ restrições relativas ao arrependimento em cada cenário
- ♦ restrições de unicidade

para cada cenário hidrológico:

- ♦ balanço hídrico
- ♦ balanço de energia
- ♦ limites de capacidade
- ♦ restrições financeiras

O algoritmo de decomposição de Benders pode ser estendido de forma natural para a solução de problemas como formulados em (3.4) e (3.5) onde o objetivo é determinar uma estratégia de expansão e não um cronograma de expansão.

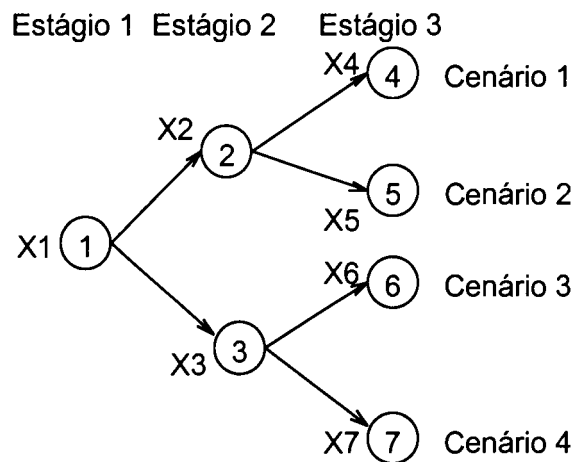
Para fins ilustrativos considera-se um estudo de expansão para um horizonte de 3 estágios onde as incertezas, por exemplo de mercado, estão ilustradas na Figura 6-5.



**Figura 6-5 : Representação das incertezas de mercado**

Fonte: : Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

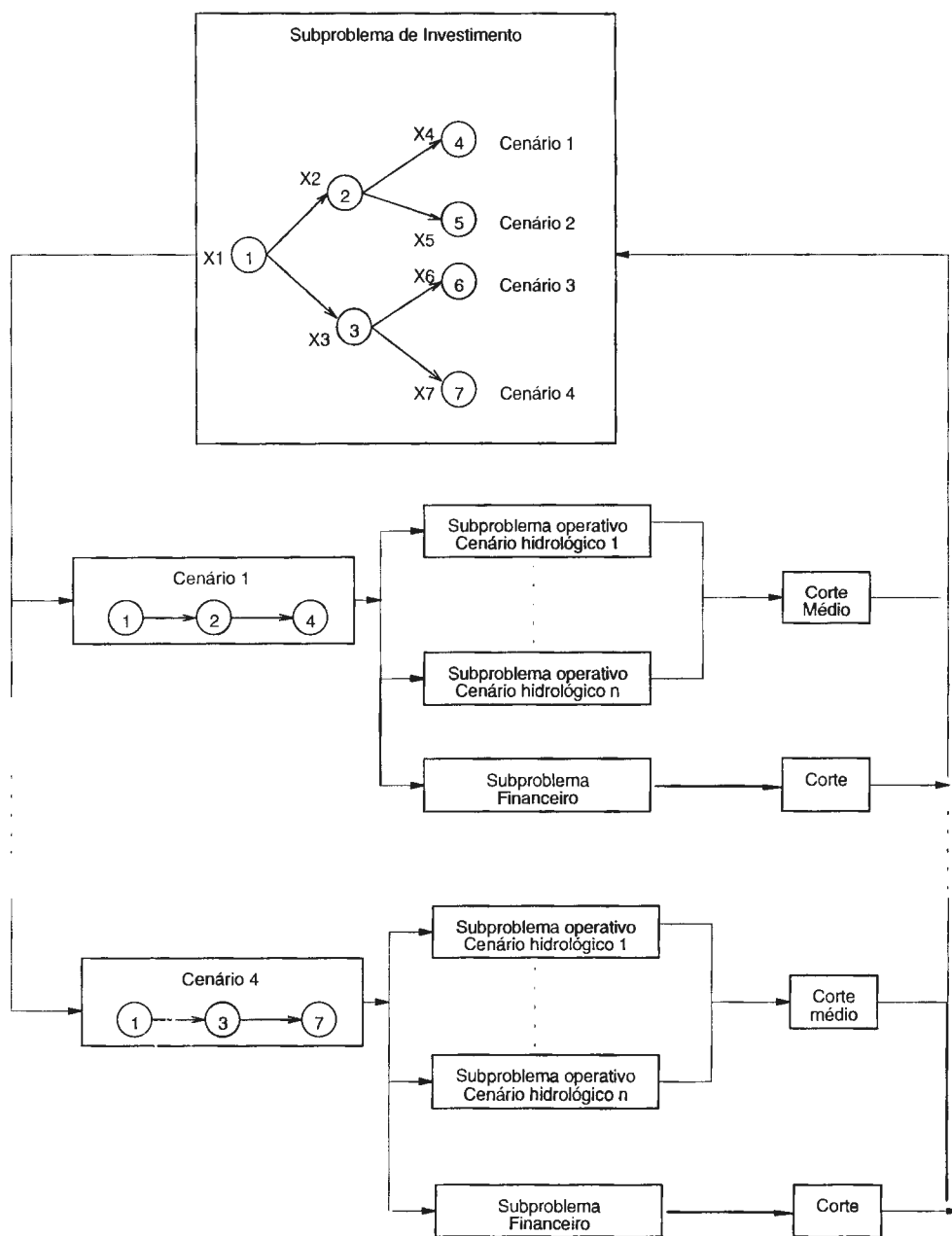
Os cenários de mercado estão definidos por meio de diferentes seqüências de crescimento do mercado. A estratégia de expansão associada a essas incertezas pode ser representada em uma árvore de decisões, como mostrado na Figura 6-6, onde cada nó corresponde a uma previsão de mercado. A cada nó  $i$  está associado um vetor de variáveis de decisão  $x_i$  correspondentes à construção do projeto de expansão nesse estágio. Cabe observar que o vetor de decisões  $x_1$  associado ao nó 1 é o mesmo para todos os cenários.



**Figura 6-6 : Árvore de decisões.**

Fonte: Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

O processo de decomposição proposto para esse problema está ilustrado na Figura 6-7. Observe que a aleatoriedade das vazões é levada em conta considerando  $n$  séries hidrológicas cada uma com uma probabilidade de ocorrência  $p_j$ .



**Figura 6-7 - Esquema de Decomposição para Estratégia de Expansão**

Fonte: Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

## 6.4 Subproblema de Investimento

### 6.4.1 Critério Minimax

Na fase 2 do critério Minimax, o problema mestre fornece uma estratégia de expansão e o subproblema de operação opera essa estratégia em todos os  $L$  cenários, fornecendo  $L$  cortes de Benders para o problema mestre, a cada iteração do processo de convergência<sup>4</sup>. Nessa fase, a função objetivo é apenas minimizar o máximo arrependimento: os arrependimentos em cada cenário se tornam restrições. Assim, garante-se que o máximo arrependimento é minimizado. Essa formulação permite transformar um problema de otimização multicritério num problema com apenas uma função objetivo<sup>5</sup>.

A formulação para o critério Minimax é:

$$\text{Min } \gamma \quad (6.12)$$

sujeito a

$$\gamma \geq cx^\ell + \alpha^\ell - \zeta^\ell \quad (6.12a)$$

$$Ax \geq b \quad (6.12b)$$

$$\alpha^\ell \geq \pi^k (h - Ex^\ell) \quad (6.12c)$$

$$x^\ell = x^i, \quad i \in I_\ell$$

$$x^\ell = 0, \quad i \in (I - I_\ell)$$

$$x_i \in \{0,1\}^n, \quad \alpha^\ell \in \mathbb{R}$$

onde:

<sup>4</sup> Na realidade, se forem consideradas as restrições financeiras, são fornecidos ao problema mestre  $2L$  novos cortes a cada iteração:  $L$  relativos ao corte médio hidrológico e  $L$  provenientes do subproblema financeiro (ver Figura 6-7).

<sup>5</sup> Essa técnica permite também trabalhar simultaneamente com diferentes funções objetivo, que podem caracterizar diversos aspectos a serem considerados. Por exemplo, minimização de emissões de  $\text{CO}_2$  ou impactos ambientais, de modo geral.



$x^i$  vetor de variáveis de decisão associadas ao cenário  $\ell$ .

$L$  número de cenários da estratégia.

$k$  indexa as iterações

$I_\ell \subset I = \{1, \dots, N\}$ : índices das variáveis de decisão (nós) que compõem o cenário  $\ell$ .

( $\ell = 1, \dots, L$ ) e  $N$  é o número de nós da estratégia.

$\pi^k$  vetor de variáveis duais associadas à solução ótima do subproblema de operação na iteração  $k$ .

$\alpha^\ell$  aproximação do valor esperado do custo de operação para o cenário  $\ell$ .

$\zeta^\ell$  custo ótimo para o problema associado ao cronograma de expansão correspondente ao cenário  $\ell$ .

Uma forma de se levar em conta a existência de cenários mais plausíveis do que outros é atribuir pesos aos cenários para quantificar essa possibilidade. Esses pesos serão maiores para os cenários mais prováveis.

#### 6.4.2 Resolução do problema de investimento

O subproblema de investimento é modelado como um problema de programação inteira mista de múltiplos estágios que fornece uma estratégia de investimentos candidata ao ótimo para todo o período de planejamento a cada iteração. Esse subproblema é resolvido empregando o pacote computacional CPLEX versão 6.5, que utiliza o algoritmo de *Branch and Bound* (HU, 1969) para resolver problemas de programação inteira mista.

Esse algoritmo mostrou-se pouco eficiente em termos de tempo de CPU gasto e, em alguns casos, até mesmo incapaz de resolver o problema de investimento, devido ao elevado número de variáveis inteiras envolvidas, especialmente no caso brasileiro. Para

contornar essa dificuldade, foram desenvolvidas heurísticas que permitiram melhorar o desempenho do método de *Branch and Bound* na resolução do problema mestre da decomposição de Benders. Essas heurísticas são as seguintes:

1. heurística dos pesos.
2. heurística do número de nós.
3. heurística do limitante na função objetivo.

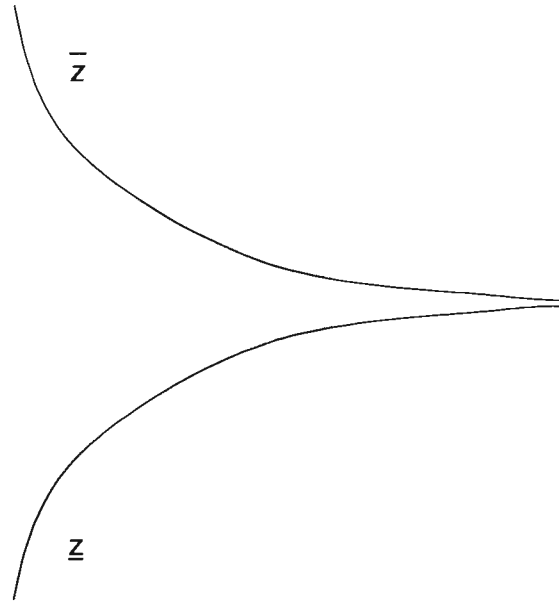
As heurísticas dos pesos e do número de nós, específicas para o método do *Branch and Bound*, são descritas no manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999). A seguir, será apresentada a heurística do limitante da função objetivo, que foi desenvolvida internamente no MODPIN.

#### ♦ *Heurística do Limitante na Função Objetivo*

Na versão anterior da implementação do modelo MODPIN, a cada iteração, o problema de investimento era resolvido até se obter uma solução ótima. Esse processo era muito dispendioso, em termos de tempo e pouco eficiente, visto que a solução assim obtida era logo descartada. Para contornar esse problema foi desenvolvida uma heurística baseada na metodologia de GEOFFRION & GRAVES (1974), denominada heurística do limitante na função objetivo, a qual dispensa o cálculo da solução ótima a cada iteração. Em vez disso, resolve-se um problema mestre modificado, que termina quando é achada a primeira solução viável. A modificação do problema mestre ocorre a partir da segunda iteração pelo acréscimo de uma nova restrição (corte) ao problema de programação inteira mista a ser resolvido. Esse corte é obtido a partir da seguinte condição de convergência do MODPIN:

$$\frac{\bar{z} - z}{1 + z} \leq \tau \quad (6.13)$$

onde  $\bar{z}$  é o melhor limitante superior obtido até a iteração presente,  $\underline{z}$  é o melhor limitante inferior e  $\tau$  é uma tolerância que é fornecida pelo usuário, para decidir quando a solução obtida é considerada aceitável. A Figura 6-8 mostra o comportamento de  $\bar{z} - \underline{z}$  no algoritmo de decomposição de Benders.



**Figura 6-8 : Comportamento de  $\bar{z}$  e  $\underline{z}$  no algoritmo de Benders.**

Fonte: Manual de Metodologia do MODPIN (CEPEL, 1999)

Note-se que enquanto a condição (6.13) não for satisfeita o processo iterativo do método de Benders continua. Portanto a restrição

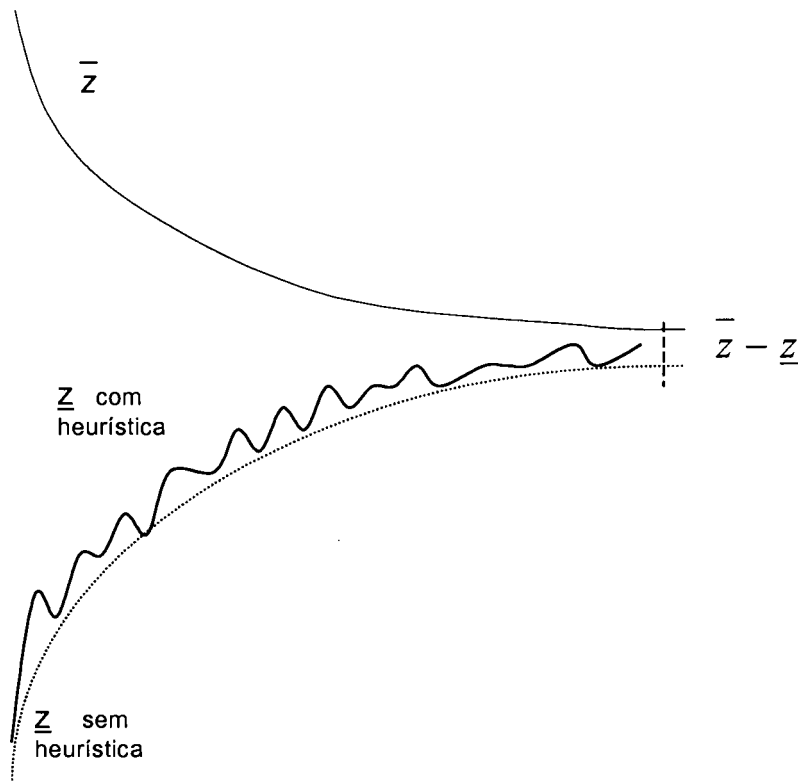
$$\underline{z} \leq \bar{z} - \tau(1 + \bar{z})$$

obtida de (6.16) é uma desigualdade válida para o problema mestre. Mas  $\underline{z}$  é o valor da função objetivo desse problema. Logo ela pode ser expressa como

$$cx + \alpha \leq \bar{z} - \tau(1 + \bar{z}) \quad (6.14)$$

Com essa restrição adicional o processo iterativo de Benders termina quando o problema de investimento é inviável. Esta restrição será denominada de corte limitante da função objetivo.

Para cada iteração da decomposição de Benders, se  $\bar{z}$  é tomado como o menor limitante superior obtido até então, a seqüência de valores formada pelo lado direito do corte limitante da função objetivo é monótona decrescente. No entanto, ao se utilizar essa heurística, a seqüência formada pelos valores da função objetivo do problema mestre deixa de ser monótona crescente. Isto significa que o valor da função objetivo do problema mestre em cada iteração deixa de ser um limitante inferior do valor ótimo da função objetivo do problema (6.1). Por esta razão, o critério de parada do método de Benders passa a ser a inviabilidade do problema mestre com a restrição limitante da função objetivo. A Figura 6-9 mostra o comportamento de  $\bar{z}$  e  $\underline{z}$  no algoritmo de decomposição de Benders quando é utilizada heurística do limitante na função objetivo.



**Figura 6-9 : – Comportamento de  $\bar{z}$  e  $\underline{z}$  no Algoritmo de Benders com heurística.**

No intuito de tentar melhorar a convergência do método, CEPEL (1999) em vez de acrescentar ao problema mestre a restrição (6.14), insere uma versão modificada do corte limitante da função objetivo. O propósito dessa modificação é permitir que o corte seja mais profundo, nas iterações iniciais, procurando-se com isso que o valor da função objetivo diminua bastante no início.

## **6.5 Subproblema de Operação**

A seguir são descritos os diferentes aspectos abordados pelo subproblema de operação.

### **6.5.1 Representação do Parque Gerador**

O parque gerador é composto por usinas *termelétricas e hidrelétricas*. As características de cada tipo de usina serão discutidas a seguir.

♦ *Usinas hidrelétricas - representação a usinas individualizadas*

As usinas hidrelétricas convertem a energia potencial da água armazenada nos reservatórios em energia cinética, que é utilizada para acionar um conjunto turbina-gerador. A usina hidrelétrica é representada pelos seguintes parâmetros:

- volume máximo de armazenamento
- volume mínimo de armazenamento
- limite máximo de turbinamento
- fator de produtividade médio

As usinas hidrelétricas podem ser classificadas em usinas *com reservatório* (volume máximo diferente do mínimo) e usinas a fio d'água (volume máximo igual ao mínimo).

A operação das usinas hidrelétricas é representada pelo seguinte conjunto de restrições:

a) balanço hídrico:

$$V_{i,t+1} = V_{i,t} + AI_{i,t} - Q_{i,t} - S_{i,t} + \sum_{k \in M_i} (Q_{k,t} + S_{k,t})$$

onde:

- $Q_{i,t}$  volume turbinado na usina  $i$  durante o estágio  $t$
- $V_{i,t}$  volume armazenado ao final do estágio  $t$
- $S_{i,t}$  volume vertido pela usina  $i$  durante o estágio  $t$
- $AI_{i,t}$  volume afluente incremental da usina  $i$  durante o estágio  $t$
- $M_i$  conjunto de usinas hidrelétricas imediatamente a montante de  $i$

b) limites de armazenamento e turbinamento:

$$V_{i,t} \leq \bar{V}_{i,t}$$

$$Q_{i,t} \leq \bar{Q}_i$$

onde:

$\bar{V}_{i,t}$  capacidade de armazenamento máximo da usina  $i$

$\bar{Q}_i$  capacidade de turbinamento máximo da usina  $i$

c) produção de energia:

$$GH_{i,t} = \rho_i Q_{i,t}$$

onde  $\rho_i$  é o coeficiente de produtividade (constante) da usina  $i$ , dado por:

$$\rho_i = 0.00981 \eta_i h_i$$

onde:

$h_i$  é a altura equivalente da usina  $i$

$\eta_i$  rendimento do grupo turbina-gerador da usina  $i$

#### ◆ Usinas hidrelétricas - representação agregada

No modelo agregado, o parque gerador hidrelétrico de cada região é representado por um *reservatório equivalente* de energia, com as seguintes características:

- a capacidade de armazenamento do reservatório equivalente é estimada pela energia produzida pelo deplecionamento completo dos reservatórios do sistema de acordo com uma dada política de operação;

- a energia total afluenta ao reservatório equivalente é dividida em duas partes: a energia controlável, associada às vazões afluentes às usinas com reservatório que podem ser armazenadas no reservatório equivalente, e a energia a fio d'água, associada às usinas sem reservatórios;

**Energia armazenável máxima** - A energia armazenável máxima  $\overline{EA}$  é definida como a energia total produzida pelo completo deplecionamento dos reservatórios do sistema a partir do volume armazenado máximo, de acordo com uma regra de operação. Assumindo que a produtibilidade de cada usina é constante, tem-se:

$$\overline{EA} = \sum_{i \in R} \overline{V}_i \left( \rho_i + \sum_{j \in J_i} \rho_j \right)$$

onde:

$\overline{EA}$	energia armazenável máxima
$R$	conjunto de usinas com reservatório
$\overline{V}_i$	capacidade de armazenamento do reservatório $i$
$J_i$	conjunto de usinas a jusante do reservatório $i$

**Energia controlável** - A energia controlável é a energia que pode ser efetivamente incorporada ao reservatório equivalente de energia, respeitando o limite  $\overline{EA}$ . Ela é estimada como o produto entre o volume afluenta natural que chega a cada reservatório  $i$  e a soma de sua produtibilidade com todas as usinas a fio d'água existentes entre o reservatório  $i$  e o próximo reservatório a jusante.

$$EC_i = \sum_{i \in R} AN_{it} \left( \rho_i + \sum_{j \in FR_i} \rho_j \right)$$

onde:



$EC_t$  energia controlável no estágio  $t$

$AN_{it}$  volume afluente *natural* ao reservatório  $i$  no estágio  $t$

$FR_i$  conjunto de usinas a fio d'água entre o reservatório  $i$  e o próximo reservatório a jusante.

**Energia a fio d'água** - A energia a fio d'água corresponde à energia afluente às usinas a fio d'água e não passível de armazenamento. Seu cálculo é feito multiplicando-se sua produtibilidade pela diferença entre o seu volume afluente natural e a do(s) reservatório(s) imediatamente a montante. Estas descargas estão limitadas pelo engolimento máximo de cada usina.

$$EF_t = \sum_{i \in F} \rho_i \min\{I_i, \bar{Q}_i\}$$

onde:

$EF_t$  energia a fio d'água no estágio  $t$

$F$  conjunto de usinas a fio d'água

$I_i$  volume incremental afluente, dado por:

$$I_i = AN_i + \sum_{j \in N_i} AN_j$$

$N_i$  conjunto de reservatórios imediatamente a montante de  $i$

$\bar{Q}_i$  capacidade de turbinamento da usina  $i$

#### ♦ Usinas térmicas

As usinas termelétricas utilizam uma fonte de energia (carvão, óleo diesel, nuclear etc.) para aquecer vapor numa caldeira. Esse vapor é utilizado para acionar um conjunto turbina-gerador, que produz energia elétrica. As usinas termelétricas são representadas pelos seguintes parâmetros:

- custo de operação unitário

- limite de geração máximo
- fator de capacidade para geração contínua

Nos estudos de planejamento da geração, as usinas termelétricas são usualmente agregadas em *classes* de acordo com o seu custo de operação.

#### ♦ Interligações

Na atual implementação são modelados apenas os intercâmbios entre as regiões ou subsistemas. As equações correspondentes representam o balanço de energia em cada subsistema e os limites de intercâmbio:

$$ET_{i,t} + \sum_{m \in G(i)} GT_{m,i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} I_{i,k,t} + EF_{i,t} = D_{i,t} \quad i = 1, \dots, NS$$

$$\underline{I}_{i,k,t} \leq I_{i,k,t} \leq \bar{I}_{i,k,t} \quad \forall k \in \Omega_i$$

$$0 \leq GT_{m,i,t} \leq \overline{GT}_{m,i,t} \quad \forall m \in G_i$$

onde:

$NS$	total de subsistemas
$G(i)$	conjunto de classes térmicas para o $i$ -ésimo subsistema. Para cada conjunto inclui-se uma térmica fictícia de capacidade infinita e custo de operação elevado que representa a penalidade pelo não atendimento à demanda
$GT_{m,i,t}$	geração da classe térmica $m$ do subsistema $i$ no estágio $t$
$ET_{i,t}$	energia turbinada pelo reservatório equivalente do subsistema $i$ no estágio $t$
$\cap$	conjunto de subsistemas interligados ao subsistema $i$
	fluxo de energia do subsistema $i$ para o subsistema $k$ no estágio $t$

$D_{i,t}$  mercado no subsistema  $i$  no estágio  $t$

“ $-$ ”, “ $+$ ” representam respectivamente os limites inferior e superior

### 6.5.2 Resolução do problema de operação

Como mostrado na Figura 6-7, a cada cenário de mercado  $i$  está associado um cronograma de expansão (ramo da árvore correspondente ao cenário  $i$ ). Para cada uma das propostas de cronogramas de obras é necessário resolver tantos subproblemas de operação quantos forem as séries hidrológicas consideradas de forma a se determinar o valor esperado do custo de operação. Por essa razão, no subproblema de investimento as usinas e troncos de interligação são representados individualizadamente. No subproblema de operação, com o objetivo de reduzir o esforço computacional, optou-se por uma representação agregada do sistema descrita no apêndice B.

## 6.6 Subproblema Financeiro

O objetivo do módulo financeiro é minimizar o valor dos empréstimos necessários para a construção das obras previstas num dado plano de expansão fornecido pelo módulo de investimento. O problema financeiro é formulado da seguinte maneira:

$$z = \text{Min} \sum_{t=1}^T \{i_t^B B_t + i_t^M M_t\}$$

onde:

$i_t^B$  = taxa de juros bancários no estágio  $t$

$B_t$  = empréstimo bancário no estágio  $t$ .

$i_t^M$  = taxa de juros emergenciais no estágio  $t$ .

$M$  = empréstimo emergencial no estágio  $t$ .

sujeito a

- equações de restrições financeiras
- limites de empréstimo por período

Como visto anteriormente, o objetivo do planejamento da expansão de sistemas geradores é determinar um cronograma de reforços ao sistema que minimize a soma dos custos atualizados de investimento e operação. É possível, no entanto, que um plano de mínimo custo seja *inviável* em termos *financeiros*, isto é, o cronograma de desembolsos associado ao plano de expansão pode exceder os recursos disponíveis num determinado ano ou conjunto de anos.

A inviabilidade financeira de um plano leva naturalmente à postergação ou cancelamento das obras previstas. Deve-se observar que a aplicação repetida de ajustes desse tipo "desotimiza" o plano de investimentos e só se justifica quando as restrições financeiras são *conjunturais*, isto é, surgem de forma imprevisível. No caso de problemas financeiros *estruturais*, em que limitações de recursos podem ser previstas por vários anos, deve-se incorporar as restrições financeiras ao processo de planejamento de expansão. Neste caso, é possível que uma obra atraente em termos econômicos seja substituída por outra mais cara mas cujo perfil de desembolsos seja mais adequado às disponibilidades de recursos.

Existem modelos mais completos e atuais que tratam da análise financeira dos planos propostos. O subproblema financeiro no MODPIN é bastante simplificado e não foi considerado nos estudos de caso realizados nesta tese.

## 7 O algoritmo genético aplicado ao MODPIN

Devido à dimensão do problema, ao invés de fazer um modelo que abrangesse tanto a operação como o investimento, optou-se pela aplicação dos algoritmos genéticos à solução do problema mestre (equação 6.9).

No capítulo 4, foi tratada a questão da representação das soluções candidatas de um AG em problemas reais: preferencialmente, ela deve ser tal que se garanta, por construção, a viabilidade das novas soluções obtidas por meio de seleção, *crossover* e mutação.

O algoritmo genético desenvolvido para o MODPIN resolve o subproblema de investimento a cada iteração de Benders. Esse algoritmo apresenta uma estruturação de dados que, aliada à formulação favorável do problema, permitiu a incorporação das restrições no cromossoma, conforme é apresentado a seguir.

### 7.1 Estruturação dos dados para a fase 1

Retomando o problema mestre da decomposição de Benders:

$$\text{Min} \quad c x + \alpha \quad (6.9)$$

sujeito a

$$A x \geq b \quad (6.9a)$$

$$\alpha \geq \pi^k (h - E x) \quad k = 1, \dots, K \quad (6.9b)$$

$$x \in \{0,1\}^n, \alpha \in \mathbb{R}$$

Analisando-se esse problema, a primeira idéia que surge para estruturar as soluções candidatas, é um cronograma de entrada em operação de um conjunto de usinas. Esse cronograma se constituiria num cromossoma sujeito às restrições de unicidade (equações (6.9a)) e aos cortes de Benders (equações (6.9b)). Essa alternativa, entretanto, levaria a um grande conjunto de soluções possivelmente inviáveis.

Uma formulação nessa linha para a representação dos cromossomas pode ser vista em (FUKUYAMA & CHIANG, 1996), onde é feita uma aplicação dos algoritmos genéticos a um problema de expansão que considera apenas plantas térmicas como possíveis candidatas. Nesse artigo, o comprimento do cromossoma é igual ao número total de unidades introduzidas e cada posição do cromossoma representa o intervalo em que cada unidade é introduzida. Essa representação leva a cromossomas de tamanho variável (nem sempre todas as plantas candidatas são construídas) o que introduziria um esforço computacional desnecessário ao algoritmo e as operações de *crossover* e mutação poderiam levar a indivíduos inviáveis, o que aumenta o tempo de processamento, na tentativa de corrigi-los.

DAVIS (1991) sugere o OBGA (*ordered based genetic algorithm*) que, para o caso do planejamento da expansão, significa que o cromossoma poderia consistir na disposição das usinas candidatas em ordem de construção. No entanto, as operações de *crossover* e mutação também levariam possivelmente a muitas soluções inviáveis.

A alternativa aqui utilizada foi a criação de um tipo diferente de cromossoma, onde cada gene funciona como um ponteiro. A seguir será apresentado um exemplo simplificado, sem as restrições do tipo (6.9 b), que auxiliará na compreensão da estrutura de dados adotada nesta tese. Seja o seguinte problema de otimização:

$$\text{Min } f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{22}) \quad (7.1)$$

sujeito a:

$$x_4 + x_5 \leq 1 \quad (7.1a)$$

$$x_6 + x_7 + x_8 + x_{21} + x_{22} = 1 \quad (7.1b)$$

$$x_{11} \leq 1 \quad (7.1c)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \quad (7.1d)$$

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \leq 1 \quad (7.1e)$$

$$x_9 + x_{10} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \leq 1 \quad (7.1f)$$

A numeração das variáveis nas restrições desse problema foi propositadamente apresentada de maneira desordenada, pois é dessa forma que as restrições de unicidade aparecem no problema mestre no MODPIN. Isto se deve ao fato de que o algoritmo do modelo numera seqüencialmente no estágio 1 todas as hidrelétricas e, em seguida, as térmicas e os intercâmbios candidatos no referido estágio. Em seguida, no estágio 2, o mesmo procedimento é repetido, a partir do último número utilizado no estágio 1 e assim por diante.

As restrições de unicidade, conforme mencionado anteriormente, além de não permitirem que uma dada usina seja construída mais de uma vez, informam outras condições, tais como: se uma planta tem prazos mínimos e máximos para entrada em operação; se 2 usinas são mutuamente exclusivas; se uma determinada usina deve ser construída obrigatoriamente; etc.

Cada variável  $x$  corresponde a uma planta candidata à expansão nos intervalos de tempo possíveis (é permitida a fixação de anos inicial e final de construção e menores, portanto, que o período inteiro do plano de expansão). Cada restrição corresponde a um conjunto de variáveis  $x$  relativas a *apenas uma planta candidata à expansão* (salvo quando duas ou mais plantas são mutuamente exclusivas; neste caso, as variáveis inteiras de uma restrição correspondem a duas ou mais plantas candidatas). O sinal de igualdade (restrição (7.1b)) informa que a planta correspondente a esta restrição deve ser obrigatoriamente construída.

Analisando-se essas restrições, observa-se que, quando uma determinada variável nas restrições de unicidade é igual a 1, necessariamente, todas as outras variáveis na mesma equação são iguais a zero. Aproveitando-se desse fato, o cromossoma utilizado neste trabalho, denominado Cromossoma Ponteiro (CP), a cada restrição de unicidade, aponta para a variável que é igual a 1 (se houver alguma igual a 1) ou, de outra forma, a variável que está “ativa” na restrição correspondente. A Tabela 7-1 apresenta um exemplo de cromossoma ponteiro para o problema (7.1).

Restrição	CP (valores dos genes)	Variável apontada pelo gene	Solução correspondente
$x_4 + x_5 \leq 1$	0	nenhuma	$x_5 = x_4 = 0$
$x_6 + x_7 + x_8 + x_{21} + x_{22} = 1$	4	$x_{21}$	$x_{21} = 1, x_6 = x_7 = x_8 = x_{22} = 0$
$x_{11} \leq 1$	1	$x_{11}$	$x_{11} = 1$
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$	0	nenhuma	$x_1 = x_2 = x_3 = 0$
$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} \leq 1$	0	nenhuma	$x_{12} = x_{13} = x_{14} = x_{15} = x_{16} = x_{17} = 0$
$x_9 + x_{10} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \leq 1$	5	$x_{20}$	$x_{20} = 1, x_9 = x_{10} = x_{18} = x_{19} = 0$

**Tabela 7-1 : Exemplo de cromossoma-ponteiro (CP).**

No exemplo acima, o CP seria o vetor [0 4 1 0 0 5]. As variáveis iguais a 1 são  $x_{21}$ ,  $x_{11}$ , e  $x_{20}$ . As demais variáveis são iguais a zero.

Voltando ao problema (6.9), percebe-se que:

- o problema mestre é um problema de minimização de  $cx + \alpha$
- Como  $\alpha$  deve ser maior ou igual a todos os  $\pi^k (h - E x)$ , basta  $\alpha$  ser igual ao maior deles. Assim, a cada CP é associado um único valor de  $\alpha$ .

Para cada cromossoma montado, são calculados todos os  $\alpha$  e escolhido o maior deles. Com isso, determina-se a função objetivo que é também, a função de aptidão do algoritmo ( $cx + \alpha$ ). Essa estruturação dos dados permitiu transformar um problema com muitas restrições numa busca evolucionária através do espaço de soluções viáveis.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Uma outra consequência desse artifício é transformar o problema mestre, que é de programação inteira mista, num problema de programação inteira apenas, uma vez que o alfa é obtido a partir das soluções inteiras.



## 7.2 O crossover no CP

A estruturação de dados do CP permite que seja utilizado qualquer tipo de *crossover* usual (em um ponto, em dois pontos ou em muitos pontos). Por exemplo, dados 2 CP's viáveis para o caso exemplo:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Caso o *crossover* seja feito em um ponto (entre o segundo e o terceiro gene, por exemplo):

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ \text{---} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \text{---} \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Os CP's filhos seriam:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Observando-se a Tabela 7-1, pode-se perceber que os CP's filhos acima são viáveis.

Retomando os CP's pais e fazendo-se o *crossover* em 2 pontos; por exemplo, entre os genes 1 e 2 e entre os genes 4 e 5:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \text{---} \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ \text{---} \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 1 \\ \text{---} \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ \text{---} \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Os CP's filhos seriam:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

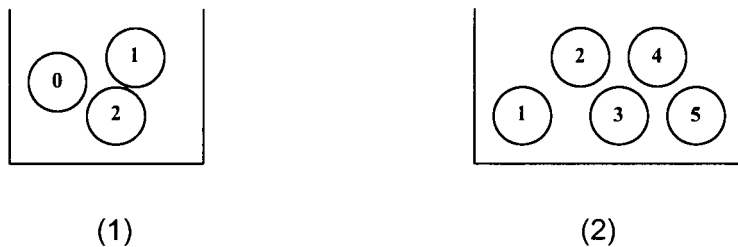
Novamente, pode-se verificar que os CP's filhos acima são igualmente viáveis. Isso se deve ao fato de que o *crossover* só troca os valores entre os mesmos genes, mas não sua posição no CP, que está associada a uma única restrição (ou planta).

### 7.3 A mutação no CP

Se o *crossover* foi relativamente simples, a mutação demandou uma formulação mais cuidadosa. Primeiramente, o código utilizado é decimal e não binário, ou seja, não basta apenas mudar um valor de um *bit*, conforme mostrado no capítulo 4. Em segundo lugar, a mutação deve levar a uma solução viável. Para isso, foi criada uma estrutura de dados auxiliar que informa os valores possíveis de cada gene do cromossoma. Os valores máximos correspondem ao número de variáveis em cada equação (gene). No exemplo da tabela 7-1, os valores máximos dos diferentes genes que compõem um CP viável seriam: [2 5 1 3 6 5]. Por outro lado, o mínimo para todos os genes seria zero exceto o segundo gene que, por corresponder a uma planta de construção obrigatória, possui valor mínimo 1.

Portanto, o valor máximo possível a cada gene pode variar bastante. Essa variação tem implicações sobre o operador de mutação a ser aplicado no CP. Conceitualmente, o processo de sorteio associado a esse operador deve ser definido de forma a garantir que todos os possíveis valores das variáveis do problema sejam equiprováveis. No CP, esse processo é análogo à probabilidade de se escolher uma determinada bola em um conjunto de urnas.

No exemplo da Tabela 7-1, as restrições (7.1a) e (7.1b) corresponderiam a urnas 1 e 2 com, respectivamente, 3 e 5 bolas (ver Figura 7-1). A razão disso, é que o primeiro gene pode variar de 0 a 2 e o segundo de 1 a 5.



**Figura 7-1 : Analogia das equações de restrição de unicidade com urnas contendo bolas.**

Chamando-se um evento na restrição 7.1a (urna 1) de G1 (gene 1) e  $n_1$  o número de possíveis valores que G1 pode assumir (total de bolas na urna 1), a probabilidade de um particular valor de G1 (bola na urna 1) ser escolhido é:

$$P(G1) = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{3}$$

Da mesma forma, chamando-se um evento na restrição 7.1b (urna 2) de G2 (gene 2), a probabilidade de um particular valor de G2 ser escolhido é:

$$P(G2) = \frac{1}{n_2} = \frac{1}{5}$$

onde  $n_2$  é o número de possíveis valores que G2 pode assumir (total de bolas na urna 2).

Portanto, em geral,  $P(G_i) = \frac{1}{n_i}$

onde  $n_i$  é o número de valores possíveis do gene  $i$  no CP.

Seja  $p_i$  a probabilidade do gene  $i$  sofrer mutação. Então, se a taxa de mutação desejada é  $p_{mut}$ , para que a escolha de qualquer variável em qualquer restrição se constitua em evento equiprovável:

$$p_i \cdot p(G_i) = p_{mut}$$

No exemplo:

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2} = p_{mut}$$

Ou seja:

$$p_1 = n_1 p_{mut}$$

e

$$p_2 = n_2 p_{mut}$$

A mutação no CP é, então, feita da seguinte forma: percorre-se o cromossoma gene a gene para verificar se haverá mutação. Admitindo-se que  $p_{mut}$  é a probabilidade de **uma** determinada bola ou **uma** determinada variável de uma restrição ser escolhida, deve-se, ao percorrer o cromossoma, multiplicar o número de eventos possíveis por restrição (bolas) para que haja uma distribuição de probabilidades uniforme desses eventos.

No exemplo da Tabela 7-1 a probabilidade de mutação por gene é dada por:

$$p_i = (\text{número de eventos possíveis por restrição}) * p_{mut}$$

Ou seja,

$$p_1 = 3 * p_{mut}$$

$$p_2 = 5 * p_{mut}$$

$$p_3 = 2 * p_{mut}$$

$$p_4 = 4 * p_{mut}$$

$$p_5 = 7 * p_{mut}$$

$$p_6 = 6 * p_{mut}$$

Assim, ao se percorrer o CP, faz-se o sorteio de um número aleatório  $R \in [0,1]$ , para cada gene e haverá mutação caso  $R \leq p_i$ . Caso haja mutação, é feito um novo sorteio aleatório entre os possíveis valores das variáveis na restrição correspondente e adotado esse novo valor sorteado.

## 7.4 O Algoritmo Genético para a fase 2

### 7.4.1 A Estruturação do CP

Na fase 2, devido à estruturação da árvore de cenários, pode ocorrer uma super-especificação dos cromossomas-ponteiros. A Figura 7-2 ilustra uma estrutura em árvore com 3 cenários de decisão e 3 estágios de tempo. A partir dessa estrutura, será dado um exemplo dessa super-especificação.

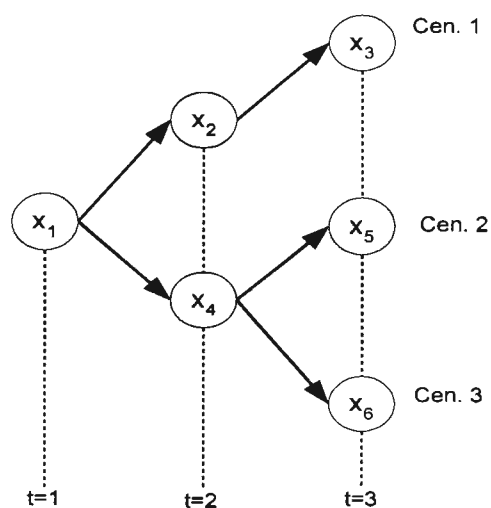


Figura 7-2 : Exemplo de estrutura em árvore para a fase 2 do algoritmo.

Nessa árvore, todas as variáveis de decisão se referem a *uma mesma planta* candidata à expansão, sendo  $x_1$  uma decisão tomada no instante de tempo 1,  $x_2$  e  $x_4$  no tempo 2 e  $x_3$ ,  $x_5$  e  $x_6$  no tempo 3.

As equações de unicidade referentes à Figura 7-2 são apresentadas a seguir. Enquanto na fase 1 do modelo as restrições devem ser atendidas apenas separadamente (a primeira restrição corresponde ao cenário 1, a segunda no cenário 2 e a terceira no cenário 3); na fase 2, as 3 restrições devem ser atendidas simultaneamente. O CP é apresentado a seguir, onde  $G_1$  é o valor do gene 1,  $G_2$  é o valor do gene 2 e  $G_3$ , analogamente, é o valor do gene 3:

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 + x_4 + x_5 \leq 1 \\ x_1 + x_4 + x_6 \leq 1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix}$$

Como  $x_1$  está presente nas três equações, se o primeiro gene do CP correspondente às equações acima for igual a 1, os outros 2 genes do CP deverão também ser iguais a 1. De forma semelhante, se  $G_2$  é igual a 2,  $G_3$  também será igual a 2. A Figura 7-3 mostra esquematicamente todos os valores viáveis do CP para o exemplo dado.

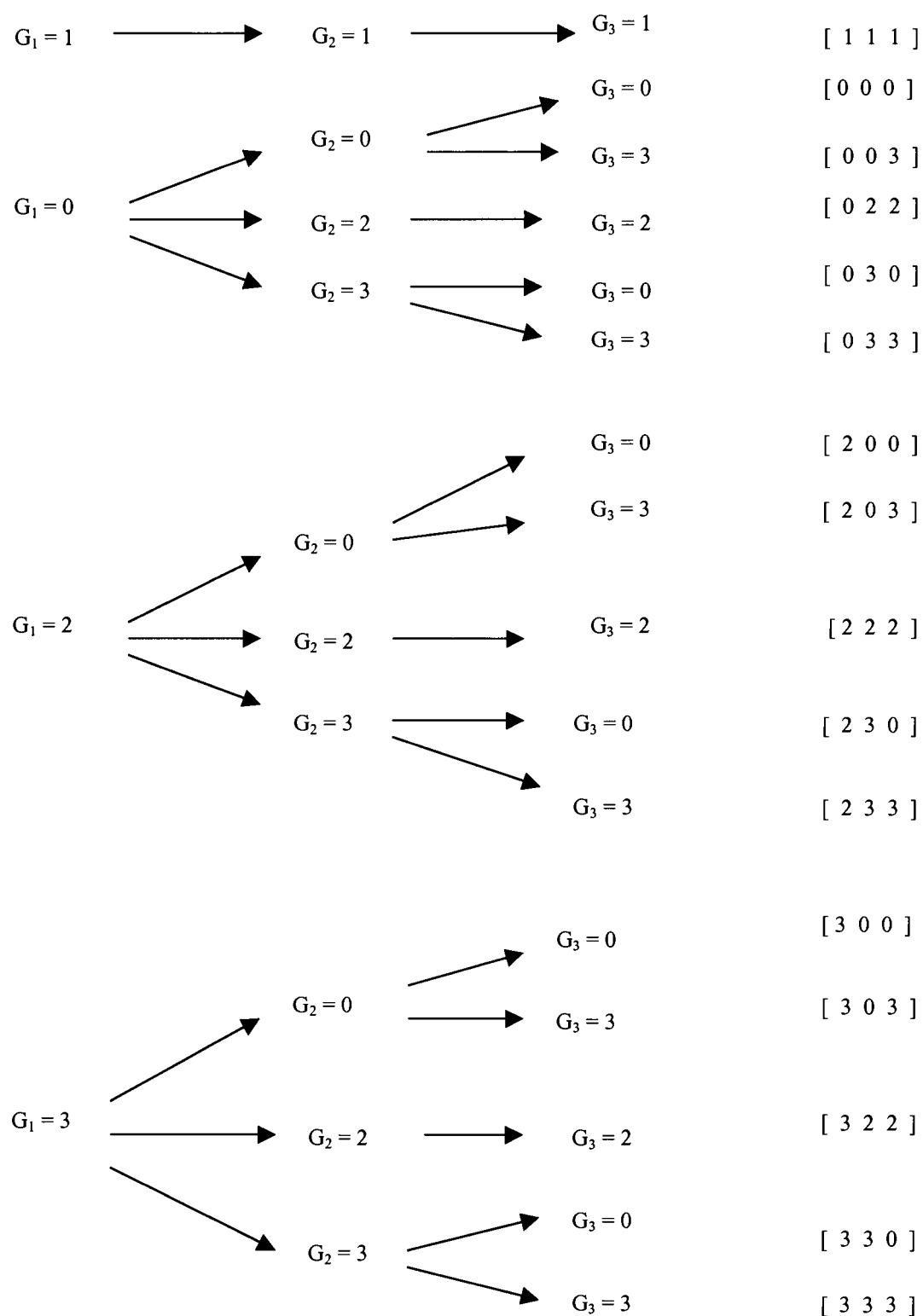


Figura 7-3: Valores possíveis do CP para a estrutura em árvore da Figura 7-2.

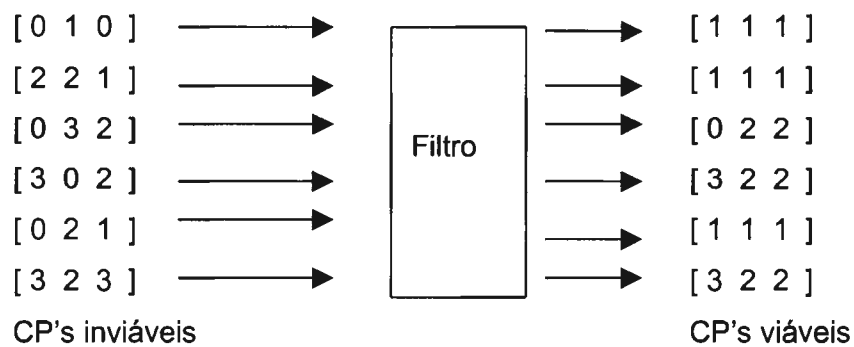
Essa super especificação foi contornada através de um operador genético que “conserta” os CP’s “defeituosos” gerados nos processo de *crossover* e/ou mutação. Dessa forma, após as operações de *crossover* e mutação, a população passa por um filtro e os CP inviáveis são trazidos para a região de viabilidade.

Por exemplo, para a estrutura em árvore da Figura 7-2, o filtro poderia feito por meio do seguinte algoritmo<sup>2</sup>:

se  $G1 = 1$  ou  $G2 = 1$  ou  $G3 = 1$ , então  $G1 = G2 = G3 = 1$

se  $G2 = 2$  ou  $G3 = 2$ , então  $G3 = G2 = 2$

Dessa forma, os cromossomas inviáveis abaixo, ao passarem pelo filtro, são trazidos para a região de viabilidade:



<sup>2</sup> Pode-se observar que, quanto mais ramificada for a estrutura em árvore, mais complexo é o algoritmo para filtrar (ou “consertar”) os cromossomas inviáveis. Para estruturas mais complexas, esse operador supõe que os genes situados mais à esquerda (ou acima) são determinantes sobre os situados à direita (ou abaixo).



### 7.4.2 Função de aptidão para a fase 2

Retomando a formulação da fase 2 no modelo MODPIN (equação 6.13):

$$\text{Min } \gamma \quad (6.12)$$

sujeito a

$$\gamma \geq cx^\ell + \alpha^\ell - \zeta^\ell \quad (6.12a)$$

$$Ax \geq b \quad (6.12b)$$

$$\alpha^\ell \geq \pi^k (h - Ex^\ell) \quad (6.12c)$$

$$x^\ell = x^i, \quad i \in I_\ell$$

$$x^\ell = 0, \quad i \in (I - I_\ell)$$

$$x_i \in \{0,1\}^n, \alpha^\ell \in \mathbb{R}$$

onde:

$x^i$  vetor de variáveis de decisão associadas ao cenário  $\ell$ .

$L$  número de cenários da estratégia.

$k$  indexa as iterações

$I_\ell \subset I = \{1, \dots, N\}$ : índices das variáveis de decisão (nós) que compõem o cenário  $\ell$ .

$(\ell = 1, \dots, L)$  e  $N$  é o número de nós da estratégia.

$\pi^k$  vetor de variáveis duais associadas à solução ótima do subproblema de operação na iteração  $k$ .

$\alpha^\ell$  aproximação do valor esperado do custo de operação para o cenário  $\ell$ .

$\zeta^\ell$  custo ótimo para o problema associado ao cronograma de expansão correspondente ao cenário  $\ell$ .

Observando-se a restrição (6.12c):

$$\alpha^\ell \geq \pi^k (h - Ex^\ell)$$

e a restrição (6.12a):

$$\gamma \geq cx^\ell + \alpha^\ell - \zeta^\ell$$

e levando-se em conta que esse é um problema de minimização de  $\gamma$ , pode-se concluir que, para minimizar  $\gamma$ , tem-se que:

$$\alpha^\ell = \pi^k (h - Ex^\ell)$$

Então, o problema (6.12) pode ser rescrito da seguinte forma:

$$\text{Min } \gamma \tag{7.2}$$

sujeito a

$$\gamma \geq cx^\ell + \pi^k (h - Ex^\ell) - \zeta^\ell \tag{7.2a}$$

$$Ax \geq b \tag{7.2b}$$

$$x^\ell = x^i, \quad i \in I_\ell$$

$$x^\ell = 0, \quad i \in (I - I_\ell)$$

$$x_i \in \{0,1\}^n, \alpha^\ell \in \mathbb{R}$$

Se na fase 1, para cada cronograma de expansão, o AG escolhe aquele de maior custo de operação estimado  $\alpha$  para compor a função objetivo, na fase 2, o AG seleciona, para cada estratégia, aquela que fornecer o maior arrependimento  $\gamma$ , que se constitui no valor da aptidão ou função objetivo do AG nessa fase.

### 7.5 Ligação do genético com o MODPIN

O algoritmo genético desenvolvido nesta tese resolve (substituindo o *Branch&Bound* - CPLEX) o problema mestre a cada iteração de Benders. O AG recebe as restrições do tipo (6.9a) e (6.9b), repetidas a seguir:

$$A x \geq b \quad (6.9a)$$

$$\alpha \geq \pi^k (h - E x) \quad k = 1, \dots, r \quad (6.9b)$$

Com as restrições (6.9a), o AG monta o cromossoma ponteiro (CP). As restrições (6.9b) são utilizadas para calcular o valor da aptidão (ou da função objetivo).

A seguir apresenta-se de forma esquemática a maneira pela qual o AG foi implementado no MODPIN. Sua subrotina principal foi chamada de GENPIN .

## GENPIN

- PREPARA : essa subrotina transforma as restrições em CP's e monta a estrutura de dados auxiliar para efetuar a mutação e para fazer o *link* do AG com o MODPIN.
- LEDAGEN : lê os dados do AG (semente, taxas de crossover e de mutação, tamanho da população e número máximo de gerações).
- INICIALIZA : gera uma população inicial. A menos das plantas obrigatórias, admitiu-se que nenhuma usina é construída inicialmente.

ENQUANTO (número de gerações < número máximo de gerações  
E não convergir, ou seja, se

$$cx + \alpha \leq \bar{z} - \tau(1 + \bar{z})$$

(ver capítulo 6), ENTÃO

- GERAPO : Essa subrotina gerencia a geração das populações:  
ENQUANTO ( número de indivíduos gerados < tamanho da população)  
ENTÃO
  - Faz elitismo (seleciona cópias dos melhores indivíduos da geração anterior)
  - Seleciona por torneio pai e mãe.
  - Aplica os operadores de *crossover* e mutação para gerar filho e filha.
  - Armazena os filhos na nova população e os decodifica (ver Figura 7-4): desmonta os CP's, transformando-os nos vetores com as soluções do problema de investimento  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$  determina os custos de operação estimados  $\alpha$  correspondentes, fazendo o cálculo da função de aptidão (ou função objetivo) e armazena a melhor solução obtida até então.

FIM ENQUANTO

- ESTATI : Esta subrotina calcula as estatísticas da população gerada: Aptidões média, máxima e mínima.
- MOVEPO : Esta subrotina move a "população-filha" para ser, agora, a "população-pai".

FIM ENQUANTO  
FIM

#### Decodificação dos CP's no MODPIN:

A subrotina PREPARA monta uma matriz, chamada de LIGA que faz o mapeamento dos índices das variáveis correspondentes a cada restrição de unicidade. Um vetor (IPLIGA) é também montado nessa subrotina e fornece o número de variáveis por restrição, para ser utilizada na mutação. A seguir, apresenta-se um exemplo de como seria feita a decodificação do CP no exemplo da tabela 7-1.

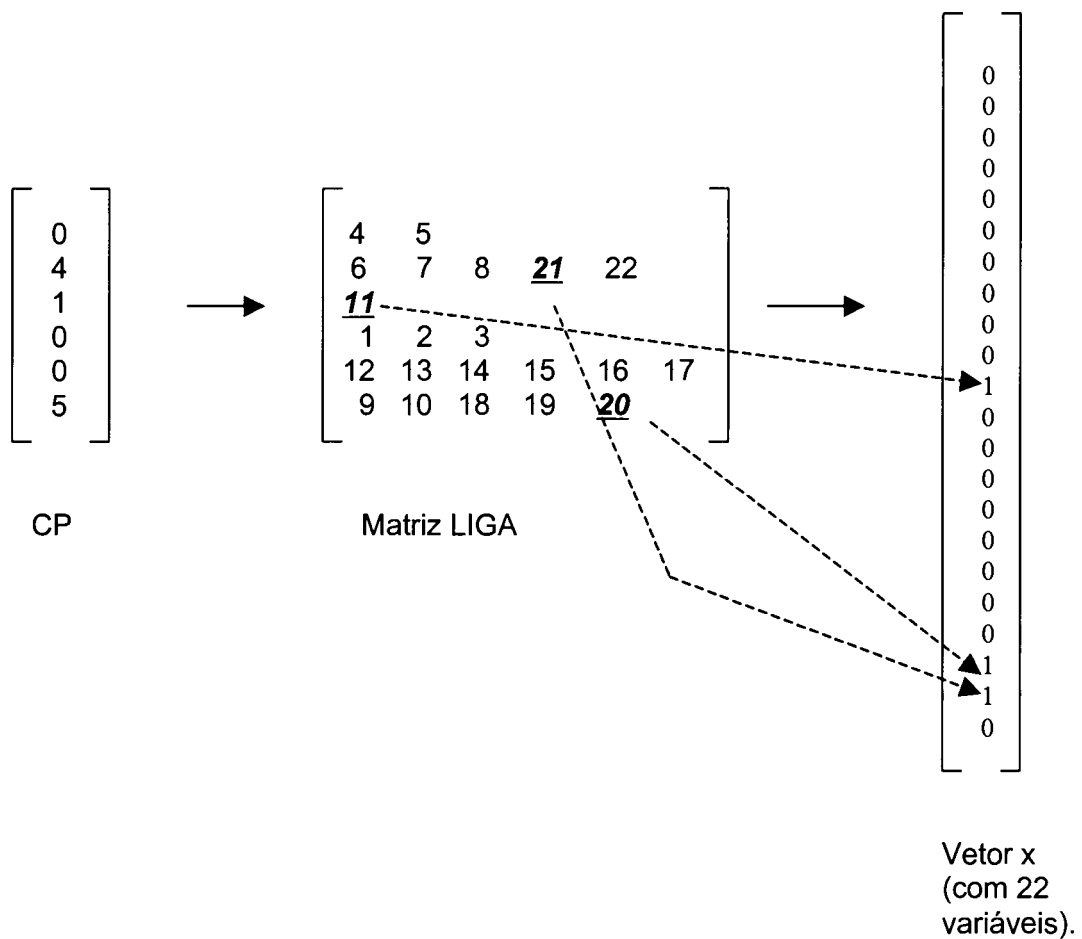


Figura 7-4: Decodificação do CP no MODPIN.

## 8 Estudos de caso

Foram realizados 2 estudos de casos do MODPIN com o algoritmo genético e comparados com os resultados fornecidos pelo CPLEX que utiliza o método do *Branch & Bound* para resolver o problema de programação inteira mista. O primeiro estudo de caso corresponde ao planejamento da expansão da Costa Rica, fase 1 (determinação do ótimo determinístico para 4 cenários de mercado) e a fase 2, a minimização do máximo arrependimento em relação a esses cenários. Na fase 1, as soluções ótimas foram determinadas tanto pelo *Branch&Bound* como pelo AG.

O segundo estudo de caso constituiu-se na fase 1 do caso brasileiro, com 3 cenários de mercado e 1846 variáveis de decisão para cada cenário.

O subproblema financeiro não foi avaliado em nenhum dos casos estudados.

### 8.1 Costa Rica : Fases 1 e 2

O período analisado no caso-exemplo da Costa Rica foi de 1992 a 2006. Para levar em conta os efeitos de final de horizonte (evitar, por exemplo, que toda a água dos reservatórios seja turbinada ao fim do período de estudo), o tempo de operação de cada cenário foi acrescido de 3 anos. Nesse período adicional, assumiu-se que a configuração do parque gerador permanece constante e que o mercado tem taxa de crescimento nula.

O sistema gerador existente na Costa Rica apresenta 6 usinas hidrelétricas com capacidade total de 676 MW e 9 classes térmicas, com capacidade total de 211 MW.

Para o período de planejamento considerado (14 anos), o número total de usinas hidrelétricas candidatas é de 13, com capacidade total de 1577 MW e de usinas térmicas candidatas é de 9, com capacidade total de 525 MW.

Foram representadas as incertezas quanto ao crescimento da demanda (considerando-se 4 cenários de mercado) e quanto às vazões afluentes (2 cenários hidrológicos).

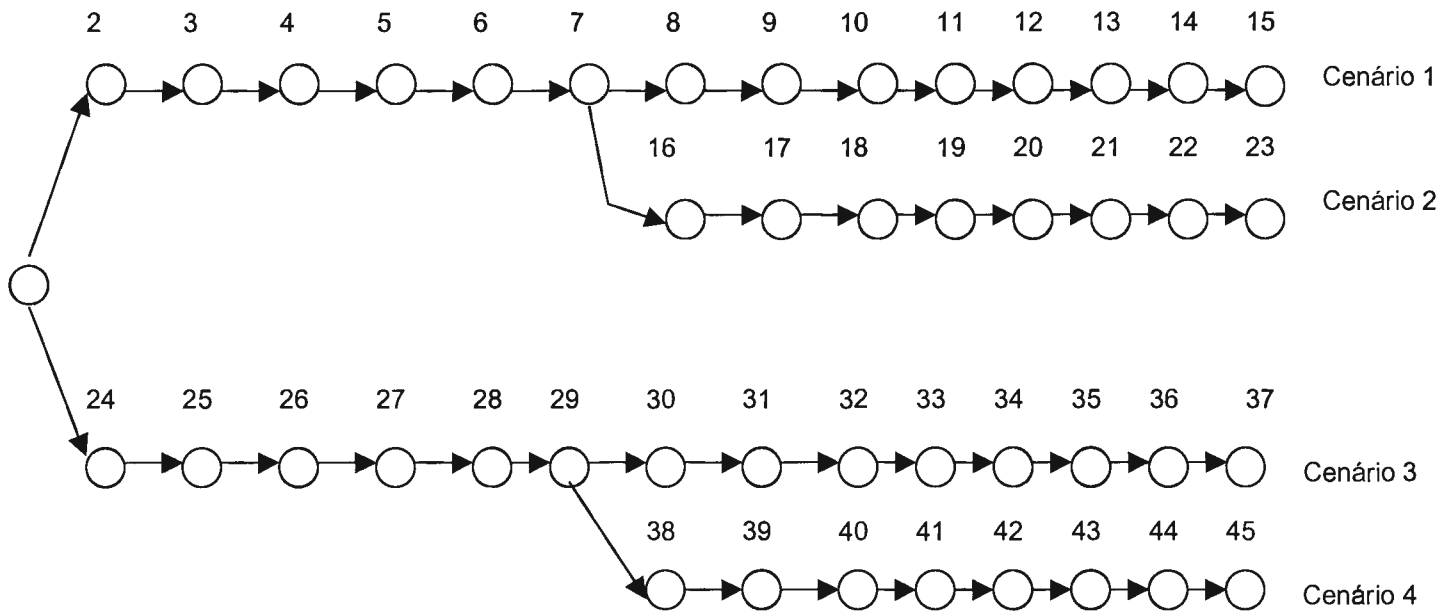
Na fase 1, o problema apresenta 144 variáveis de decisão e a solução ótima foi determinada em todos os 4 cenários considerados pelo método do *Branch&Bound* com tempo total aproximado de CPU de 20 segundos num Pentium II 333 MHz. O AG encontrou os valores ótimos em todos os cenários, com tempo de CPU total para os 4 cenários de aproximadamente 80 segundos no mesmo microcomputador. Os parâmetros do AG foram os mesmos em todos os cenários: população de 80 indivíduos, com 30 gerações a cada iteração de Benders, taxa de mutação de 0,038 por gene e taxa de *crossover* de 0,90 em um ponto e método de seleção torneio. As restrições de unicidade (base de dados para a estruturação do cromossoma-ponteiro) da fase 1 da Costa Rica são:

c1:  $x_{13} + x_{20} = 1$   
c2:  $x_{21} \leq 1$   
c3:  $x_{37} + x_{46} + x_{55} + x_{64} + x_{73} + x_{87} + x_{101} + x_{114} + x_{127} \leq 1$   
c4:  $x_{29} + x_{38} + x_{47} + x_{56} + x_{65} + x_{74} + x_{88} + x_{102} + x_{115} + x_{128} \leq 1$   
c5:  $x_{75} + x_{89} + x_{103} + x_{116} + x_{129} \leq 1$   
c6:  $x_{76} + x_{90} + x_{104} + x_{117} + x_{130} \leq 1$   
c7:  $x_{77} + x_{91} + x_{105} + x_{118} + x_{131} \leq 1$   
c8:  $x_{78} + x_{92} + x_{106} + x_{119} + x_{132} \leq 1$   
c9:  $x_{79} + x_{93} + x_{107} + x_{120} + x_{133} \leq 1$   
c10:  $x_1 + x_7 + x_{14} + x_{22} + x_{28} + x_{30} + x_{36} + x_{39} + x_{45} + x_{48} + x_{54} + x_{57} + x_{63} + x_{66} + x_{72} + x_{80} + x_{86} + x_{94} + x_{100} + x_{108} + x_{121} + x_{134} \leq 1$   
c11:  $x_2 + x_8 + x_{15} + x_{23} + x_{31} + x_{40} + x_{49} + x_{58} + x_{67} + x_{81} + x_{95} + x_{109} + x_{122} + x_{135} + x_{140} \leq 1$   
c12:  $x_3 + x_9 + x_{16} + x_{24} + x_{32} + x_{41} + x_{50} + x_{59} + x_{68} + x_{82} + x_{96} + x_{110} + x_{123} + x_{136} + x_{141} \leq 1$   
c13:  $x_4 + x_{10} + x_{17} + x_{25} + x_{33} + x_{42} + x_{51} + x_{60} + x_{69} + x_{83} + x_{97} + x_{111} + x_{124} + x_{137} + x_{142} \leq 1$   
c14:  $x_5 + x_{11} + x_{18} + x_{26} + x_{34} + x_{43} + x_{52} + x_{61} + x_{70} + x_{84} + x_{98} + x_{112} + x_{125} + x_{138} + x_{143} \leq 1$   
c15:  $x_6 + x_{12} + x_{19} + x_{27} + x_{35} + x_{44} + x_{53} + x_{62} + x_{71} + x_{85} + x_{99} + x_{113} + x_{126} + x_{139} + x_{144} \leq 1$

## **COSTA RICA: FASE 2**

Na fase 2 do caso da Costa Rica, o número de variáveis cresce para 462 e a função objetivo, que na fase 1 correspondia a minimização do custo, corresponde agora à minimização do máximo arrependimento (vide capítulo 6).

A estrutura em árvore dos 4 cenários de decisão é apresentada na Figura 8.1.



**Figura 8.1 – Estrutura em árvore para a fase 2 do caso da Costa Rica.**

As restrições de unicidade nessa fase são dadas pelas equações:

- c1:  $x_{13} + x_{20} = 1$
- c2:  $x_{241} + x_{248} = 1$
- c3:  $x_{21} \leq 1$
- c4:  $x_{249} \leq 1$
- c5:  $x_{37} + x_{46} + x_{55} + x_{64} + x_{73} + x_{87} + x_{101} + x_{114} + x_{127} \leq 1$
- c6:  $x_{37} + x_{46} + x_{145} + x_{154} + x_{163} + x_{177} + x_{191} + x_{204} + x_{217} \leq 1$
- c7:  $x_{265} + x_{274} + x_{283} + x_{292} + x_{301} + x_{315} + x_{329} + x_{342} + x_{355} \leq 1$
- c8:  $x_{265} + x_{274} + x_{373} + x_{382} + x_{391} + x_{405} + x_{419} + x_{432} + x_{445} \leq 1$
- c9:  $x_{29} + x_{38} + x_{47} + x_{56} + x_{65} + x_{74} + x_{88} + x_{102} + x_{115} + x_{128} \leq 1$
- c10:  $x_{29} + x_{38} + x_{47} + x_{146} + x_{155} + x_{164} + x_{178} + x_{192} + x_{205} + x_{218} \leq 1$
- c11:  $x_{257} + x_{266} + x_{275} + x_{284} + x_{293} + x_{302} + x_{316} + x_{330} + x_{343} + x_{356} \leq 1$
- c12:  $x_{257} + x_{266} + x_{275} + x_{374} + x_{383} + x_{392} + x_{406} + x_{420} + x_{433} + x_{446} \leq 1$
- c13:  $x_{75} + x_{89} + x_{103} + x_{116} + x_{129} \leq 1$
- c14:  $x_{165} + x_{179} + x_{193} + x_{206} + x_{219} \leq 1$
- c15:  $x_{303} + x_{317} + x_{331} + x_{344} + x_{357} \leq 1$
- c16:  $x_{393} + x_{407} + x_{421} + x_{434} + x_{447} \leq 1$
- c17:  $x_{76} + x_{90} + x_{104} + x_{117} + x_{130} \leq 1$
- c18:  $x_{166} + x_{180} + x_{194} + x_{207} + x_{220} \leq 1$
- c19:  $x_{304} + x_{318} + x_{332} + x_{345} + x_{358} \leq 1$
- c20:  $x_{394} + x_{408} + x_{422} + x_{435} + x_{448} \leq 1$
- c21:  $x_{77} + x_{91} + x_{105} + x_{118} + x_{131} \leq 1$
- c22:  $x_{167} + x_{181} + x_{195} + x_{208} + x_{221} \leq 1$
- c23:  $x_{305} + x_{319} + x_{333} + x_{346} + x_{359} \leq 1$
- c24:  $x_{395} + x_{409} + x_{423} + x_{436} + x_{449} \leq 1$



c25:  $x_{78} + x_{92} + x_{106} + x_{119} + x_{132} \leq 1$   
 c26:  $x_{168} + x_{182} + x_{196} + x_{209} + x_{222} \leq 1$   
 c27:  $x_{306} + x_{320} + x_{334} + x_{347} + x_{360} \leq 1$   
 c28:  $x_{396} + x_{410} + x_{424} + x_{437} + x_{450} \leq 1$   
 c29:  $x_{79} + x_{93} + x_{107} + x_{120} + x_{133} \leq 1$   
 c30:  $x_{169} + x_{183} + x_{197} + x_{210} + x_{223} \leq 1$   
 c31:  $x_{307} + x_{321} + x_{335} + x_{348} + x_{361} \leq 1$   
 c32:  $x_{397} + x_{411} + x_{425} + x_{438} + x_{451} \leq 1$   
 c33:  $x_1 + x_7 + x_{14} + x_{22} + x_{28} + x_{30} + x_{36} + x_{39} + x_{45} + x_{48} + x_{54} + x_{57} + x_{63}$   
 $+ x_{66} + x_{72} + x_{80} + x_{86} + x_{94} + x_{100} + x_{108} + x_{121} + x_{134} \leq 1$   
 c34:  $x_1 + x_7 + x_{14} + x_{22} + x_{28} + x_{30} + x_{36} + x_{39} + x_{45} + x_{48} + x_{54} + x_{147}$   
 $+ x_{153} + x_{156} + x_{162} + x_{170} + x_{176} + x_{184} + x_{190} + x_{198} + x_{211} + x_{224}$   
 $\leq 1$   
 c35:  $x_1 + x_{235} + x_{242} + x_{250} + x_{256} + x_{258} + x_{264} + x_{267} + x_{273} + x_{276} + x_{282}$   
 $+ x_{285} + x_{291} + x_{294} + x_{300} + x_{308} + x_{314} + x_{322} + x_{328} + x_{336} + x_{349}$   
 $+ x_{362} \leq 1$   
 c36:  $x_1 + x_{235} + x_{242} + x_{250} + x_{256} + x_{258} + x_{264} + x_{267} + x_{273} + x_{276} + x_{282}$   
 $+ x_{375} + x_{381} + x_{384} + x_{390} + x_{398} + x_{404} + x_{412} + x_{418} + x_{426} + x_{439}$   
 $+ x_{452} \leq 1$   
 c37:  $x_2 + x_8 + x_{15} + x_{23} + x_{31} + x_{40} + x_{49} + x_{58} + x_{67} + x_{81} + x_{95} + x_{109}$   
 $+ x_{122} + x_{135} + x_{140} \leq 1$   
 c38:  $x_2 + x_8 + x_{15} + x_{23} + x_{31} + x_{40} + x_{49} + x_{148} + x_{157} + x_{171} + x_{185} + x_{199}$   
 $+ x_{212} + x_{225} + x_{230} \leq 1$   
 c39:  $x_2 + x_{236} + x_{243} + x_{251} + x_{259} + x_{268} + x_{277} + x_{286} + x_{295} + x_{309} + x_{323}$   
 $+ x_{337} + x_{350} + x_{363} + x_{368} \leq 1$   
 c40:  $x_2 + x_{236} + x_{243} + x_{251} + x_{259} + x_{268} + x_{277} + x_{376} + x_{385} + x_{399} + x_{413}$   
 $+ x_{427} + x_{440} + x_{453} + x_{458} \leq 1$   
 c41:  $x_3 + x_9 + x_{16} + x_{24} + x_{32} + x_{41} + x_{50} + x_{59} + x_{68} + x_{82} + x_{96} + x_{110}$   
 $+ x_{123} + x_{136} + x_{141} \leq 1$   
 c42:  $x_3 + x_9 + x_{16} + x_{24} + x_{32} + x_{41} + x_{50} + x_{149} + x_{158} + x_{172} + x_{186} + x_{200}$   
 $+ x_{213} + x_{226} + x_{231} \leq 1$   
 c43:  $x_3 + x_{237} + x_{244} + x_{252} + x_{260} + x_{269} + x_{278} + x_{287} + x_{296} + x_{310} + x_{324}$   
 $+ x_{338} + x_{351} + x_{364} + x_{369} \leq 1$   
 c44:  $x_3 + x_{237} + x_{244} + x_{252} + x_{260} + x_{269} + x_{278} + x_{377} + x_{386} + x_{400} + x_{414}$   
 $+ x_{428} + x_{441} + x_{454} + x_{459} \leq 1$   
 c45:  $x_4 + x_{10} + x_{17} + x_{25} + x_{33} + x_{42} + x_{51} + x_{60} + x_{69} + x_{83} + x_{97} + x_{111}$   
 $+ x_{124} + x_{137} + x_{142} \leq 1$   
 c46:  $x_4 + x_{10} + x_{17} + x_{25} + x_{33} + x_{42} + x_{51} + x_{150} + x_{159} + x_{173} + x_{187} + x_{201}$   
 $+ x_{214} + x_{227} + x_{232} \leq 1$   
 c47:  $x_4 + x_{238} + x_{245} + x_{253} + x_{261} + x_{270} + x_{279} + x_{288} + x_{297} + x_{311} + x_{325}$   
 $+ x_{339} + x_{352} + x_{365} + x_{370} \leq 1$   
 c48:  $x_4 + x_{238} + x_{245} + x_{253} + x_{261} + x_{270} + x_{279} + x_{378} + x_{387} + x_{401} + x_{415}$   
 $+ x_{429} + x_{442} + x_{455} + x_{460} \leq 1$   
 c49:  $x_5 + x_{11} + x_{18} + x_{26} + x_{34} + x_{43} + x_{52} + x_{61} + x_{70} + x_{84} + x_{98} + x_{112}$   
 $+ x_{125} + x_{138} + x_{143} \leq 1$   
 c50:  $x_5 + x_{11} + x_{18} + x_{26} + x_{34} + x_{43} + x_{52} + x_{151} + x_{160} + x_{174} + x_{188} + x_{202}$   
 $+ x_{215} + x_{228} + x_{233} \leq 1$   
 c51:  $x_5 + x_{239} + x_{246} + x_{254} + x_{262} + x_{271} + x_{280} + x_{289} + x_{298} + x_{312} + x_{326}$   
 $+ x_{340} + x_{353} + x_{366} + x_{371} \leq 1$   
 c52:  $x_5 + x_{239} + x_{246} + x_{254} + x_{262} + x_{271} + x_{280} + x_{379} + x_{388} + x_{402} + x_{416}$   
 $+ x_{430} + x_{443} + x_{456} + x_{461} \leq 1$   
 c53:  $x_6 + x_{12} + x_{19} + x_{27} + x_{35} + x_{44} + x_{53} + x_{62} + x_{71} + x_{85} + x_{99} + x_{113}$   
 $+ x_{126} + x_{139} + x_{144} \leq 1$   
 c54:  $x_6 + x_{12} + x_{19} + x_{27} + x_{35} + x_{44} + x_{53} + x_{152} + x_{161} + x_{175} + x_{189} + x_{203}$   
 $+ x_{216} + x_{229} + x_{234} \leq 1$   
 c55:  $x_6 + x_{240} + x_{247} + x_{255} + x_{263} + x_{272} + x_{281} + x_{290} + x_{299} + x_{313} + x_{327}$   
 $+ x_{341} + x_{354} + x_{367} + x_{372} \leq 1$   
 c56:  $x_6 + x_{240} + x_{247} + x_{255} + x_{263} + x_{272} + x_{281} + x_{380} + x_{389} + x_{403} + x_{417}$   
 $+ x_{431} + x_{444} + x_{457} + x_{462} \leq 1$

A Tabela 8.1 a seguir apresenta os resultados encontrados para a fase 2:

Cenário de Decisão	Mínimo custo: fase 1 (MUS\$) (B&B e AG)	Mínimo custo: fase 2 (MUS\$)		Arrependimento (MUS\$)	
		B&B	AG	B&B	AG
1	417,146	417,985	417,170	0,839	0,025
2	444,222	444,222	445,923	0,000	1,701
3	532,447	532,447	532,447	0,000	0,000
4	810,557	812,315	812,364	1,758	1,807
Mínimo máximo arrependimento				1,758	1,807
Tempo de CPU em segundos (Pentium II 333 MHz)				18	350

**Tabela 8.1: Resultados do Modpin com o B&B e com o AG para a Costa Rica – Fases 1 e 2**

Os parâmetros utilizados na fase 2 do genético foram: população de 100, número de gerações por iteração de Benders igual a 20, taxa de *crossover* 0,90, taxa de mutação 0,024 por gene.

## **8.2 Caso II: Caso do Brasil**

A metodologia descrita no capítulo 6 foi utilizada para determinar a estratégia de expansão do sistema interligado brasileiro no período 1998/2016.

O sistema gerador de energia elétrica do Brasil é predominantemente hidráulico (pouco mais de 92% de um total de 67368 MW de capacidade instalada). No caso-exemplo estudado, o sistema existente consiste de 73 hidrelétricas e 26 classes térmicas.

O período de estudo do plano de expansão foi de 19 anos; foram considerados 3 cenários de mercado, 3 cenários hidrológicos, 138 usinas hidrelétricas candidatas (com capacidade total da ordem de 48 GW) e 44 térmicas candidatas (com capacidade total

aproximada de 31 GW). Esses dados levaram a 1846 variáveis de decisão na fase 1 para cada um dos 3 cenários de decisão.

Foram representados três cenários de demanda, como mostrado na Tabela 8.2. Cada coluna desta tabela corresponde à demanda média anual.

	<b>Cenários de demanda</b>		
<b>Ano</b>	<b>cenário 1</b>	<b>cenário 2</b>	<b>cenário 3</b>
1998	38747	38747	38747
1999	39523	40135	40135
2000	40679	41982	41982
2001	42165	44131	44131
2002	43464	46107	46107
2003	45005	48359	48359
2004	47719	50932	51713
2005	50196	53304	54885
2006	52829	55809	58216
2007	55252	58108	61342
2008	57662	60379	64450
2009	60226	62996	67642
2010	62759	65576	70827
2011	65413	68274	74174
2012	68015	70915	77493
2013	71148	74103	81449
2014	74219	77219	85364
2015	77439	80483	89487
2016	77439	80483	89487

**Tabela 8.2- Cenários de Demanda (MW Médio)**

A demanda anual foi decomposta em estágios trimestrais no subproblema de operação.

Para levar em conta os efeitos de final de horizonte, o período de operação de cada cenário foi acrescido de 5 anos. Nesse período adicional, assumiu-se que a configuração do parque gerador permanece constante e que o mercado tem taxa de crescimento nula.

A estocasticidade devida às afluições está representada no módulo de operação por intermédio de 3 séries hidrológicas equiprováveis de 24 anos (96 trimestres) cada uma.

Cada subproblema de investimento na fase 1 é composto de 124 restrições de unicidade (ou seja, o CP nesse caso tem 124 genes) com 1846 variáveis de decisão, não estando contabilizadas aqui as restrições correspondentes aos cortes de Benders. A cada iteração do algoritmo de Benders, o subproblema de operação fornece um corte que é adicionado como uma nova restrição ao subproblema de investimento. O subproblema de operação tem aproximadamente 13800 variáveis e 4600 restrições. Para cada subproblema de investimento são resolvidos tantos subproblemas de operação quantos forem os cenários hidrológicos representados.

Cada problema da fase 1, conforme apresentado nos capítulos anteriores, é constituído por 2 subproblemas: investimento e operação (não se considerando aqui o subproblema financeiro). O subproblema de investimento, quando resolvido com o algoritmo de *Branch and Bound*, utilizou as heurísticas mencionadas no capítulo 6. O subproblema de operação foi resolvido por meio do algoritmo de fluxo em rede determinístico com representação agregada dos reservatórios.

Devido ao fato de ter sido utilizada a heurística do limitante na função objetivo (que tornou possível resolver problemas de grande dimensão, conforme foi apresentado no capítulo 6) o critério de parada para o método de Benders no algoritmo de *Branch&Bound* foi a inviabilidade do problema mestre com a restrição do limitante da função objetivo modificada. Ou seja, o problema mestre pára na primeira solução viável com essa restrição adicional, que não é necessariamente a solução ótima.

No AG desenvolvido para o problema mestre, conforme descrito no capítulo 7, o critério de parada é que se atinja o número máximo de gerações ou a restrição do limitante seja atendida:

$$cx + \alpha \leq \bar{z} - \tau(1 + \bar{z}) \quad (6.14)$$

Ou seja, ambos os métodos utilizados para resolver o problema mestre enviam a melhor solução obtida para um determinado critério mas não chegam necessariamente à otimalidade a cada iteração de Benders.

A seguir é apresentada uma tabela de convergência para o cenário 1 que compara os resultados obtidos pelo B&B com os encontrados pelo genético. Observa-se que o genético obteve um plano de expansão de menor custo e em menos interações, porém o tempo de CPU total (investimento e operação) é aproximadamente o mesmo. As Figuras 8.2 e 8.3 apresentam os gráficos correspondentes a esses resultados. No Anexo C são apresentados os planos de expansão referentes a esses resultados.

CENARIO : 1 RELATORIO DE CONVERGENCIA

X-----X						
ITER .	LIMITE INFERIOR	LIMITE SUPERIOR	GAP(%) .	LIMITE. INFERIOR	LIMITE SUPERIOR	GAP(%) .
	Branch&Bound			Genético		
X-----	-----X					
1	10247.39	21843052	95.31	10247.39	218430.52	95.31
2	12154.63	73776.50	83.52	13619.70	112749.31	87.92
3	12866.08	66257.79	80.58	16970.98	51904.01	67.30
4	13467.17	43945.95	69.35	18595.79	41655.95	55.36
5	14692.55	38601.53	61.94	16641.41	34853.91	52.25
6	16024.95	38601.53	58.48	20785.98	33655.23	38.24
7	16411.02	38601.53	57.48	21726.11	33655.23	35.44
8	17557.19	34893.89	49.68	27332.21	33655.23	18.79
9	18083.21	31661.79	42.88	29322.04	30026.73	2.35
10	20944.53	31661.79	33.85	29123.10	29346.42	0.76
11	21095.12	31661.79	33.37	29030.95	29281.02	0.85
12	21707.54	31661.79	31.44	29155.10	29218.27	0.22
13	22888.67	31661.79	27.71	29073.16	29218.27	0.50
14	25906.57	31661.79	18.18	29076.16	29218.27	0.49
15	26629.08	31661.79	15.89	29072.54	29171.86	0.34
16	29264.63	31661.79	7.57	29070.69	29171.86	0.35
17	29283.76	31361.95	6.63	29081.18	29171.86	0.31
18	29108.29	31280.53	6.94	28986.71	29171.86	0.63
19	29247.44	31224.39	6.33	-----X		
20	29215.96	31057.32	5.93			
21	29386.19	31057.32	5.38			
22	29422.67	30910.26	4.81			
23	29584.75	30462.81	2.88			
24	29901.10	30462.81	1.84			
25	29616.30	30462.81	2.78			
26	29900.91	30462.81	1.84			
27	29903.30	30462.81	1.84			
28	30081.30	30462.81	1.25			
29	30094.51	30462.81	1.21			
30	30110.86	30462.81	1.16			
31	30205.99	30339.55	0.44			
32	30208.99	30339.55	0.43			
33	30211.63	30339.55	0.42			
34	30211.07	30303.68	0.31			
35	30216.53	30271.08	0.18			
36	30202.38	30271.08	0.23			
37	30217.73	30270.37	0.17			
38	30230.13	30270.37	0.13			
39	30228.26	30248.51	0.07			
40	30228.26	30248.51	0.07			
X-----	-----X					

Obs: O GAP de convergência é o mesmo para os 2 algoritmos (0.10). Pode acontecer (tanto no AG quanto no B&B) do algoritmo não encontrar solução melhor no tempo limite e o processo parar mesmo não tendo sido atingido o GAP.

\*\*\* PLANO DE EXPANSAO OBTIDO \*\*\*

	Branch&Bound	Genético
CUSTO DE INVESTIMENTO (MUS\$)	20247.71	18065.74
CUSTO DE OPERACAO (MUS\$)	10000.80	11106.10
CUSTO TOTAL (MUS\$)	30248.51	29171.86
CUSTO INCREMENTAL DE EXPANSAO (US\$/MWh)	31.05	29.87
TEMPO DE CPU (S):		
INVESTIMENTO	212.23	3213.16
OPERACAO	4507.87	1784.97
TOTAL	4720.10	4998.13

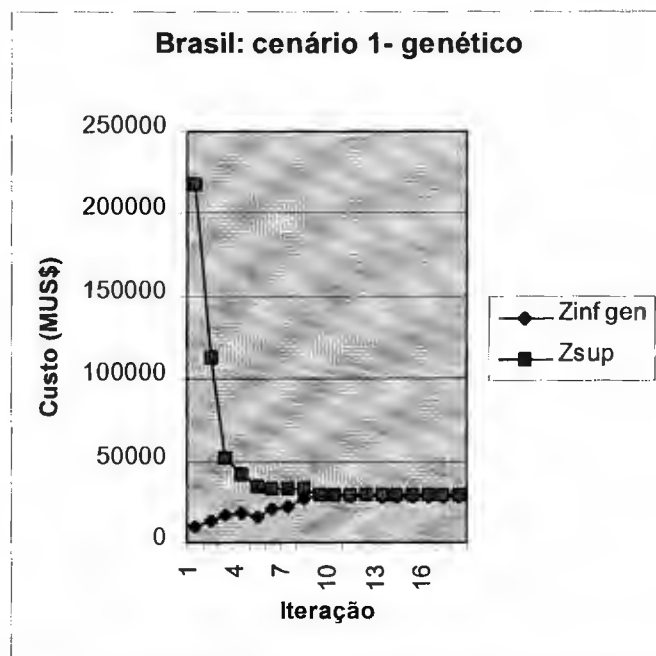


Figura 8. 2: Gráfico de convergência para o cenário 1 –Resultados do AG

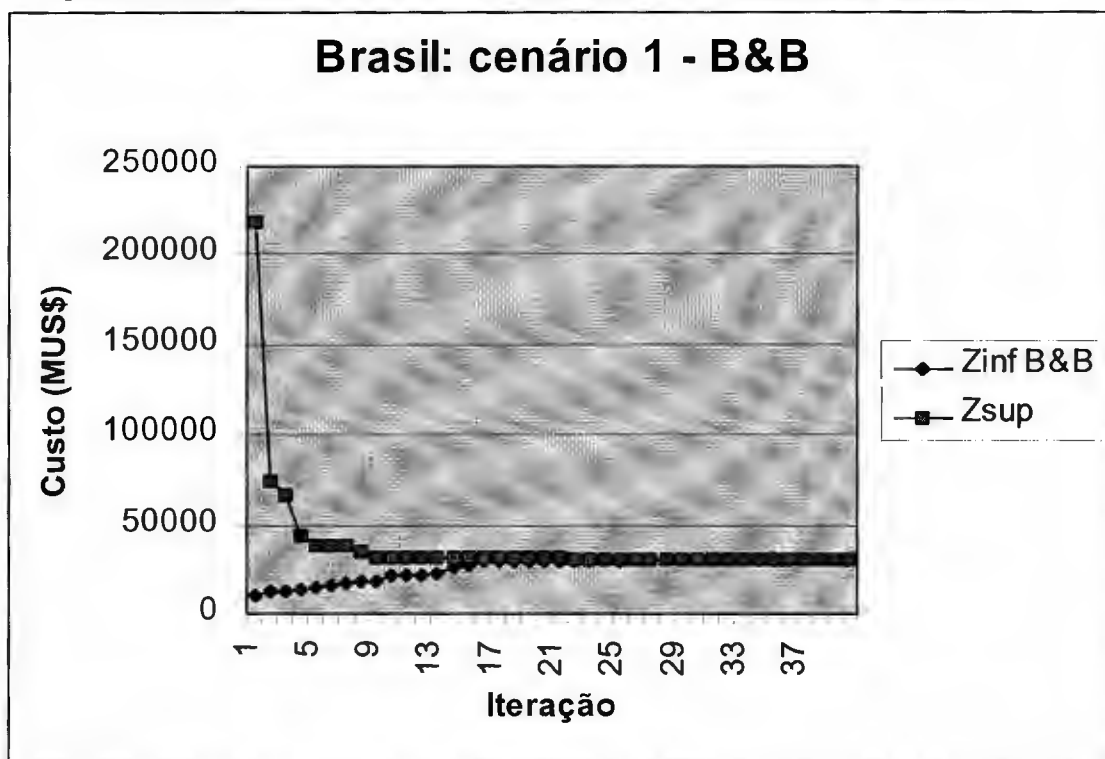


Figura 8.3: Gráfico de convergência para o cenário 1 – resultados do B&B.

Foram realizados muitos estudos de casos quanto à variação dos parâmetros no AG. Esses estudos deram origem às planilhas apresentadas no anexo C e se constituíram em:

- diversas sementes de geração de números aleatórios (utilizada na definição da população inicial, nos operadores de *crossover* e mutação e no processo de seleção).
- *crossover* em um ponto e *crossover* uniforme.
- variação nas taxas de elitismo (quantidade de indivíduos iguais ao melhor indivíduo mantidos de uma população para a outra).
- diversos números de candidatos ao torneio (quanto maior esse número, maior a pressão seletiva).
- diversas taxas de *crossover*, de mutação, diferentes números de gerações e de tamanhos de população (mas mantendo a população constante ao longo da convergência).
- tamanho da população variável ao longo da convergência: quando está perto de convergir, foi testado se um acréscimo no tamanho da população auxiliaria o processo. No entanto, devido aos cortes de Benders, uma população maior faz com que o AG se torne muito lento.
- utilização de heurísticas na mutação: analisando-se o comportamento das soluções obtidas em etapas próximas ao ponto de convergência do algoritmo, observou-se que, por um lado, uma usina que tivesse entrado no plano de expansão, dificilmente sairia e, por outro lado, se uma determinada planta não houvesse entrado no plano de expansão, dificilmente entraria. Assim sendo, foi introduzida uma heurística na mutação que restringe os genes que sofrem mutação apenas àqueles que correspondessem às plantas que já houvessem sido construídas. Dessa forma, as plantas constituintes do plano de expansão eram as mesmas, apenas o período de construção variava. Em alguns casos, além de limitar os genes passíveis de sofrerem mutação, a própria taxa de mutação teve seu valor aumentado e a mutação apenas deslocava a usina para um período antes ou um depois daquele em que ela se encontrava. Essas heurísticas da mutação foram estudadas tanto na convergência interna do AG quanto na convergência geral do MODPIN.



- diferentes critérios de inicialização da população no AG. A princípio, inicializou-se com zero em todos os genes (a menos daqueles correspondentes às usinas obrigatórias) em todos os cenários. Uma outra alternativa utilizada foi fazer uma inicialização apenas para o primeiro cenário. Isto porque, como os cenários apresentavam demandas crescentes, imaginou-se que o plano de expansão obtido para o cenário 1 poderia servir como um bom plano inicial para o processo de convergência com o cenário 2 (o mesmo raciocínio valendo do cenário 2 para o 3).
- ainda quanto à inicialização, observou-se que, de uma maneira geral, por volta de 80% dos genes eram zero ao final da convergência. Assim sendo, ao invés de inicializar com zero em 100% dos genes, foram testadas inicializações com zero em percentagens diferentes de genes com zero.
- para testar eventuais melhorias no desempenho do AG, foi feita a otimização com a função de aptidão igual a  $1/x$ , onde  $x$  é a função objetivo original. Entretanto, os resultados foram similares aos anteriores.
- foram testadas heurísticas que agilizavam o processo de convergência no início por intermédio de menos gerações nas primeiras iterações de Benders, para não se perder muito tempo no começo desse processo.

Um mesmo conjunto de parâmetros não conseguiu otimizar simultaneamente os resultados em todos os cenários. Além disso, a não ser pelo método do torneio, não ficou evidente qual (quais) do(s) procedimento(s) adotado(s) levava necessariamente a melhorias significantes na eficiência do AG.

O AG conseguiu resultados ligeiramente melhores que o B&B no primeiro e no segundo cenários de mercado. Na Tabela 8.3, os melhores resultados encontrados pelo genético são comparados com o B&B para os 3 cenários. Observe-se que a pequena diferença de desempenho na minimização dos custos do AG em relação ao B&B foi maior quanto menos rigoroso o cenário de demanda (e, por conseguinte, um maior número de soluções viáveis) e, no cenário 3, o mais desfavorável em termos da dimensão do espaço de soluções viáveis, o B&B apresentou um desempenho um pouco superior.

	cen 1(*)	cen 2(*)	cen 3(*)
<b>B&amp;B</b>	30248	33908	42023
<b>AG</b>	29172	33439	42249
<b>B&amp;B/AG</b>	1,037	1,014	0,995

(\*) Custo total (investimento + operação) MUS\$

**Tabela 8.3: Resultados para o caso brasileiro.**

Os tempos de CPU foram equivalentes para os dois algoritmos, em torno de 1 hora e 30 minutos total (investimento + operação), por cenário, num Pentium II 333 MHz. A busca por um melhor desempenho em termos de CPU não foi a tônica deste trabalho. Isso se deve, principalmente, ao fato de que comparações quanto a tempos de processamento para métodos diferentes de busca em problemas inteiros (nesse caso, AG *versus* B&B), especialmente em casos de elevada dimensão como o brasileiro, só faz sentido quando muitos casos são experimentados. Conclusões acerca de um ou dois casos, em termos de CPU, pouco informam sobre a eficiência dos métodos de um modo geral.

## 9 Conclusões e considerações finais

A inserção do genético no MODPIN foi feita sobre o *software* já existente no CEPEL. Por essa razão, os dados do problema mestre no MODPIN tiveram de ser estruturados de maneira compatível com o algoritmo do *Branch & Bound*. Isso significa que, para utilizar o genético, foi necessário reestruturar os dados fornecidos ao modelo e, após o processamento pelo AG, devolvê-los ao MODPIN numa estrutura que o *software* que implementa o modelo está preparado para trabalhar. Se, desde a concepção inicial desse *software*, os dados fossem estruturados de forma compatível com o AG, o tempo de CPU necessário para a convergência poderia baixar significativamente.

As comparações entre a qualidade dos resultados obtidos pelos métodos de AG e B&B foram feitas baseadas essencialmente no valor do custo mínimo do plano de expansão. Essa comparação, no entanto, é limitada e o ideal é que sejam efetuadas equiparações segundo outros indicadores e resultados dos dois algoritmos. Por exemplo, analisando-se os planos de expansão ótimos obtidos por ambos os algoritmos. Nesse último caso, entretanto, a não ser por pequenas diferenças nos períodos de entrada em operação das plantas, é difícil extrair um significado relevante de uma massa de dados tão extensa, especialmente para o caso brasileiro.

Nos exemplos rodados, embora não fosse evidente, percebeu-se uma tendência de o B&B planejar a entrada em operação das usinas mais cedo do que o AG. Uma análise mais cuidadosa demandaria que muitos casos fossem rodados. Por outro lado, para problemas sem ótimo global determinado, a existência de dois algoritmos para resolver o problema mestre é enriquecedora e complementar, ajudando a verificar a existência de possíveis falhas nos modelos. Ou seja, um método pode ser usado para validar o outro ou para lançar suspeitas sobre a validade de cada um.

Esse aspecto da dificuldade de se analisar uma ampla massa de dados é levantado por WALDROP (1993), quando afirma que uma grande barreira ao avanço do conhecimento em muitos campos da ciência seria a inabilidade de dar sentido a enormes quantidades de dados coletados via experimentação ou via simulação em computador. Nas áreas da estatística e do aprendizado de máquinas, têm sido feitos grandes esforços no sentido

de desenvolver métodos para atribuir significado a dados complexos e para fazer previsões do futuro a partir desses dados; em geral, contudo, o sucesso desses esforços tem sido limitado e a análise automática de dados complexos continua um problema em aberto.

Considerando-se a analogia da função de aptidão com a função objetivo e do meio-ambiente com as restrições do problema, há uma característica do AG desenvolvido nesta tese que merece destaque. No capítulo 4, foi apresentado um dos aspectos do AG que diferia da teoria da evolução: o fato de que, na natureza, as funções de aptidão são sempre variáveis enquanto que nos algoritmos genéticos essas funções seriam fixas. No AG aqui apresentado, a função de aptidão na fase 1 apresenta uma parte que é fixa (custo de construção) e uma parte que varia (custo de operação estimado) de forma dependente das soluções candidatas (ou seja, a “superfície de aptidão” não é independente dos indivíduos que a habitam). Isso acontece não apenas a cada geração mas, também, a cada iteração de Benders. Na fase 2, a função de aptidão varia de forma dependente dos indivíduos que constituem as soluções viáveis do problema. A formulação da fase 2 será reapresentada para esclarecer esse conceito:

$$\text{Min } \gamma \quad (7.2)$$

sujeito a

$$\gamma \geq cx^\ell + \pi^k (h - Ex^\ell) - \zeta^\ell \quad (7.2a)$$

$$Ax \geq b \quad (7.2b)$$

$$x^\ell = x^i, \quad i \in I_\ell$$

$$x^\ell = 0, \quad i \in (I - I_\ell)$$

$$x_i \in \{0,1\}^n, \alpha^\ell \in R$$

Observando-se as equações acima, pode-se perceber que uma estratégia que compõe uma solução candidata será operada em todos os cenários hidrológicos e receberá  $\ell$  cortes de Benders a cada iteração, conforme descrito no capítulo 7. Dessa forma, a estratégia candidata define as restrições (7.2a) do problema, que, por sua vez, definirão

a função objetivo (aptidão) dada pela equação (7.2). Ou seja, solução e função objetivo têm uma relação de dependência.

Como o algoritmo genético não trabalha com uma solução apenas e sim uma população de soluções, ao final da convergência, o AG apresenta uma população de indivíduos (soluções) sendo alguns iguais à melhor solução e outros muito parecidos com a melhor solução encontrada até então (no entanto, para o AG fornecer o conjunto de soluções ao final da convergência, seria necessário decodificar essas soluções “quase” ótimas pois, por enquanto, o modelo só recebe, como no B&B, a melhor solução obtida). Esse conjunto de soluções muito semelhantes pode se constituir numa importante fonte de flexibilidade em problemas reais.

No caso do planejamento da expansão, essa flexibilidade é bem-vinda, uma vez que significa a possibilidade de se levar em consideração outros aspectos do problema além da minimização do custo. Esses aspectos podem considerar por exemplo, preocupações ambientais e sociais, dentre outras. Essa flexibilidade é compatível com o novo conceito de planejamento indicativo, pois fornece um conjunto de opções de custo muito parecido, ao invés de uma única solução.

A seguir são feitas algumas considerações quanto a possíveis desenvolvimentos desta pesquisa.

A evolução mais natural e eficiente do genético aqui apresentado é a paralelização do algoritmo. O AG é intrinsecamente paralelo e a adaptação necessária para converter o modelo de serial para paralelo é simples. Por meio de uma rede de micros, é possível reduzir bastante o tempo de CPU do genético, tornando possível que o tempo total de CPU seja significativamente menor para o MODPIN com o genético do que com o *Branch & Bound*. Uma outra forma de se rodar o MODPIN em paralelo (e nesse caso, independentemente do algoritmo utilizado para resolver o problema mestre) é, no módulo de operação, rodar cada cenário hidrológico em um micro, reduzindo o tempo de CPU do problema escravo em aproximadamente tantas vezes quantos forem os cenários hidrológicos.

Um outro desenvolvimento deste trabalho seria a revisão do modelo de expansão aqui adotado, com a incorporação de otimização multi-critério. Isto poderia ser feito em

princípio de três maneiras: por meio da incorporação na função de aptidão de mais de um critério; acrescentando-se na formulação do critério Minimax da fase 2 do MODPIN restrições adicionais que levassem em contas outros objetivos (ver item 6.4.1); e por meio da criação de nichos de populações que competiriam entre si cada uma com uma função de aptidão diferente (por exemplo, uma com custos totais e outra com minimização de custo de expansão de longo prazo).

Seria interessante identificar e analisar como se dá a formação dos *building-blocks* que constituem as melhores soluções do problema, o que pode ser interpretado como: “quais usinas possuem, de certa forma, uma relação de dependência com outras”, no sentido de que essas decisões seriam mais robustas e poderiam se constituir em políticas de desenvolvimento para o setor elétrico.

Conforme apresentado no capítulo 4, a utilização dos chamados algoritmos híbridos poderia ser uma alternativa eficiente para o desenvolvimento futuro desta pesquisa. Se, de um lado os AG's varrem o espaço de busca rapidamente, eles podem demorar mais para convergir para a solução ótima, quando se está perto dela. Por outro lado, métodos de busca local (como, por exemplo, os do tipo *hill-climbing*) têm um desempenho oposto: estando longe do ponto de ótimo, eles demoram muito para chegarem lá; mas, se estiverem perto da solução ótima, a convergência se dá muito mais rapidamente do que no AG<sup>1</sup>. Uma combinação dos dois algoritmos poderia trazer resultados muito interessantes. Uma outra maneira de hibridizar o AG é combiná-lo ao B&B por meio, por exemplo, da geração da população inicial do AG resolvendo-se o problema mestre como um problema de programação linear e aproximando-se as variáveis para valores inteiros (que é o que o B&B faz no início).

A característica de “adaptar-se ao problema a ser resolvido” do AG permitiu observar o problema mestre de uma forma singular e elaborar uma estruturação de dados mais eficiente na busca por soluções viáveis. Um desenvolvimento interessante seria adotar essa estruturação de dados desenvolvida para o AG no algoritmo de B&B, possivelmente melhorando o desempenho deste último. Por outro lado, essa estruturação de dados pode também ser aplicada em outros problemas inteiros de otimização semelhantes ao problema mestre aqui estudado.

---

<sup>1</sup> No entanto, esse comportamento depende, em última análise, da topografia do espaço de busca.

Por ser um algoritmo que depende muito da criatividade na definição do modelo, aí incluídas a estruturação dos dados e da função de aptidão, os AG's dão acesso a uma fonte inesgotável de ligações com outras áreas da chamada *soft computing*, tais como redes neurais, lógica *fuzzy* etc. (GOLDBERG, 1999). Essas ligações poderiam se constituir de estudos que possivelmente levariam a resultados interessantes.

Uma desvantagem do AG, conforme analisado no capítulo 4 é a eventual dificuldade do algoritmo em manter um bom desempenho em problemas de diferentes tamanhos. Os 3 casos rodados nesta tese<sup>2</sup> tiveram dimensão crescente e observou-se que, mantendo os mesmos parâmetros, o AG apresentava resultados até 5% abaixo do melhor resultado encontrado pelo B&B. Ao se fazer o refinamento, esses resultados melhoraram em alguns resultados e até mesmo superaram aqueles obtidos pelo B&B.

Assim sendo, uma proposta para se lidar com problemas de desempenho em problemas de tamanhos diferentes seria “calibrar” um caso pequeno e utilizar os parâmetros definidos no caso pequeno para o caso maior. A convergência em um caso pequeno seria um degrau para rodar um caso maior. Uma outra análise interessante seria observar a evolução dos *building-blocks* do menor para o maior caso.

A experimentação exaustiva dos parâmetros é uma forma de se otimizar um problema em particular mas não necessariamente contribui para a compreensão de como o AG de fato obtém bons resultados (se é que essa compreensão será atingida algum dia). A busca por melhores soluções deve estar sempre contextualizada dentro de seus objetivos mais amplos que, em última instância, seriam a confirmação (ou não) da ferramenta utilizada, no caso, o AG. Sobre esse processo HARIK (1997) compara a busca obstinada pela melhoria de uma solução de um problema específico com a busca por uma teoria genérica: *“There is often, in any chosen field, an allure to moving toward extremes in selecting research methodologies. Doing more of the same thing is always the more natural and easy thing to do. Unfortunately, this tendency usually leaves us with: exhaustive empirical studies that do not generalize outside their immediate environment, theoretical studies that have little applicability in practical settings and extremely general mathematical models that are too difficult to apply in any particular*

---

<sup>2</sup> Na realidade, não se encontra na literatura especializada referência a um algoritmo genético inserido num processo iterativo como o AG desenvolvido nesta tese. Pode-se afirmar que, para cada caso rodado, há tantos algoritmos genéticos quanto o número de iterações até a convergência do algoritmo de Benders.

*situation*". Sugere, então, que o desafio nessa área de computação evolucionária é uma "saúdável mistura de teoria, experimentação e modelagem".

Caso os pesquisadores continuem centrados exclusivamente em seus próprios problemas de otimização, dificilmente essa "saúdável" mistura de teoria e prática será alcançada. Por outro lado, se houver um esforço para se generalizar os resultados, é possível que em algumas décadas a teoria da evolução esteja melhor compreendida. A tentativa de se explicar a formação dos *building-blocks* que constituem as melhores soluções fornecidas pelo AG desenvolvido nesta tese, poderia ser uma forma de se contribuir para uma melhor compreensão da eficiência dos AG's.

Trabalhar com os algoritmos genéticos é extremamente envolvente e estimulante: assim como o algoritmo evolucionário evolui ao interagir com o ambiente, a compreensão do problema também evolui e percebe-se possíveis melhorias no método. Porém, ao se chegar ao final, duas nítidas impressões remanescem. Por um lado, o fato de se ter consciência de que o algoritmo pode ser sempre melhorado num problema sem ótimo global conhecido deixa a desconfortável sensação de um trabalho inacabado. Por outro lado, no entanto, essa mesma possibilidade de um constante possível refinamento do algoritmo, traz a certeza de se fazer parte de um processo contínuo de aprendizado e desenvolvimento característico dos sistemas vivos adaptativos complexos, como bem os definiu John Holland.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. L., 1988, *Modelos de Energia para Planejamento*. Tese preparada para o concurso de Professor Titular da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

BÄCK, T., HAMMEL, U., SCHWEFEL, H. , 1997, "Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State" *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 1, April, pp. 3-15.

BELLMAN, R.E., ZADEH, L. A., 1970, "Decision-making in a fuzzy environemnt", *Management Science*, vol. 17, no. 4 (dec).

CEPEL & PSR, 1999 – Modelo de expansão sob incertezas MODPIN - Descrição dos arquivos de dados , março , 1999. Versão preliminar.

CEPEL 1999 – Modpin: manual de Metodologia – Versão preliminar.

DANTZIG, G. B., GLYNN, P. W., 1989, Proceedings of the Workshop on Resource Planning under Uncertainty for Electric Power Systems, Stanford University, Jan.1989

DAVIS, L., 1991, *Handbook of genetic algorithms*, 1 ed. USA, Davis Van Nostrand Reinhold.

DAVIS, L., 1997, Notas de aula do curso "Evolutionary computation: Principles and Applications", Engineering 819.264, Fevereiro, 19-21, University of California, Los Angeles.

EIBEN, Á. E.; HINTERDING, R., MICHALEWICZ Z., 1999, "Parameter Control in Evolutionary Algorithms", *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 2, pp. 124-141.

ELETROBRÁS, 2000, <http://www.eletrobras.gov.br/atuacao/planodecenal.htm> acessado em 20/09/2000.

EPRI, 1982, Electric Generation Expansion Analysis System, Report EL-2561, Aug.

EPRI, 1988, Mathematical Decomposition Techniques for Power System Expansion Planning, Report EL-5209, vol.1-5, Feb.

FALCÃO, D. M., BOMFIM, A. L. B., DORNELLAS, C. R. R. *et al.*, 1996, "Genetic Algorithms in Power Systems Optimization", In: *Proceedings of the V Symposium of Specialists in Electric Operational and expansion Planning (SEBOPE)*, Recife, Brasil, maio.

FORTUNATO, L. A. M., ARARIPE NETO, T. A., ALBUQUERQUE, J. C. R. *et al.*, 1990, *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia*

Elétrica, Universidade Federal Fluminense, EDUFF.

FUKS, S. & LEGEY, L.F.L. 1999, "O racionalismo cartesiano e a modernidade: uma visão crítica"- In: Guilherme Castelo Branco, ), *A ordem das razões e a ordem das paixões*, 1 ed., cap. 4, NAU editora.

FUKUYAMA, Y., CHIANG, H., 1996, "A Parallel genetic algorithm for generation expansion planning", *IEEE Trans. on PWRS*, Vol. 11, No. 2, pp. 955-961.

GALLEGO, R. A., MONTICELLI, A., ROMERO, R., 1998, "Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm", *IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol 145, No. 3 (may).

GEOFFRION, A. M., GRAVES, G. W., 1974, "Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition", *Management Science*, vol. 20, no. 5.

GOLDBERG, D. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, 1 ed. USA, Addison-Wesley Publishing Company Inc.

GOLDBERG, D. E., 1999, *Genetic and evolutionary algorithms in the real world*, Report No. 99013, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois at Urbana, <http://www-illigal.ge.uiuc.edu/> acessada em julho de 2000.

GOLDBERG, D. E., DEB, K., KARGUPTA, H. et al., 1993, *Rapid, Accurate Optimization of Difficult Problems Using Fast Messy Genetic Algorithms*, Report No. 93004, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois at Urbana, <http://www-illigal.ge.uiuc.edu/> , acessada em julho de 2000.

GOLDBERG, D. E., VOESSNER, S., 1999, *Optimizing Glogal-Local Search Hybrids*, Report No. 99001, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois at Urbana, <http://www-illigal.ge.uiuc.edu/> acessada em julho de 2000.

HALTER, A. N., DEAN, G. W., *Decision Under Uncertainty*, South-Western Publishing Co., 1971

HARIK, G. R. "Learning Linkage to Efficiently Solve Problems of Bounded Difficulty Using Genetic Algorithms" Doctoral dissertation – University of Michigan, 1997

HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z., 1998, "Your Brains and My Beauty: Parent Matching for Constrained Optimisation", *Proceedings of the 5th International Conference on Evolutionary Computation*, Anchorage, Alaska, May 4-9 pp.810-815.

HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z., EIBEN, A. E., 1997, "Adaptation in Evolutionary Computation: A Survey", In: *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pp.65-69, Indianapolis, April 13-16.

HOLLAND, J., 1992, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, 1 ed. Massachusetts, MIT Press.

HU, T.C., 1969, *Integer Programming and Network Flows*, 1 ed., USA, Addison-Wesley Publishing Company.

JOHNSON, E., 1966, "Networks and basic solutions", *Operations Research*, vol. 14.

KUHN, T., 1962 *A estrutura da revolução científica*, 1 ed. Coleção Debates, Ed. Perspectiva, 1984.

LASDON, L. S., 1970, *Optimization Theory for Large Systems*, 1 ed., London, The Macmillan Company.

LEGEY L. F. L.; LEGEY, L. I.; PEREZ, O.; OLIVEIRA, R. G. 1999 "Perspectivas de Médio e Longo Prazo do Setor Elétrico Brasileiro" FGV/IBRE

LEGEY, L. F. L. 1997, "Electricity Expansion Planning: A Fuzzy Approach to the Minimisation of the Maximum Regret Criterion". In: *Proceedings of the 5<sup>th</sup> EUFIT - European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, pp. 1625-1629, Aachen, Germany, September 8-11.

LEGEY, L. F. L., KAZAY, H. F. , 1999 "Generation Expansion Planning: A Genetic Algorithm Approach". In: *Proceedings of the ISAP – the International Conference on Intelligent System Application to Power Systems*, pp. 239-243, Rio de Janeiro, Brasil, April 4-8.

MICHALEWICZ, Z., 1995, "A Survey of Constraint Handling Techniques in Evolutionary Computation Methods" In: *Proceedings of the 4th Annual Conference on Evolutionary Programming*, pp. 135-155, Cambridge, MA, <http://www.coe.uncc.edu/~zbyszek/papers.html> acessado em julho/2000.

MICHALEWICZ, Z., 1996, – "Genetic Algorithms + Data Structures + Evolution Programs" Berlin, Germany: Springer.

MIRANDA, V., RANITO, J. V., PROENÇA, L. M., 1994, "Genetic Algorithms in Optimal Multistage Distribution Network Planning", *IEEE Trans. on P.S.*, vol. 4, n. 9 (nov), pp 1927-1933.

MIRANDA, V., SRINIVASAN, D., PROENÇA, L. M., 1996, "Evolutionary Computation in Power Systems" ISCC96, august 1996; Dresden, Germany

MITCHELL, M., 1996, *Introduction to Genetic Algorithms*, 1 ed. USA, Massachusetts Institute of Technology, USA.

MITCHELL, M., 1997, Notas de aula do curso "Evolutionary computation: Principles and Applications", Engineering 819.264, Fevereiro, 19-21, University of California, Los Angeles.

MME 2000, Ministério das Minas e Energia, <http://www.mme.gov.br/sem/cnpe/todocnpe.htm>, acessado em 23/03/2000.

MÜHLENBEIN, H.; SCHLIERKAMP-VOOSEN, D., 1993, "Predictive Models for the Breeder Genetic Algorithm", *Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 1, pp. 25-49.

O GLOBO, jornal, 31-12-2000, pág. 23, seção Economia

OLADE-BID, 1993, Module of Planning Under Uncertainty (in Spanish). Manual de Referencia do Modelo Super Olade-BID, Quito, Equador.

PARK, J. B., PARK, Y. M., WON, J. R., LEE, K. Y., 1999, "Generation Expansion Planning Based on an Advanced Evolutionary Programming", *IEEE Trans. on PWRS*, Vol. 14, No. 1 (feb.).

PARK, J.B.; Park, Y.M.; Won, J.R.; Lee, K.Y., 2000, "An Improved Genetic Algorithm for Generation Expansion Planning", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3 (aug), pp.916-922.

PELIKAN, M., GOLDBERG, D. E., 2000, *Research on the Bayesian Optimization Algorithm*, Report No. 2000010, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois at Urbana.

PEREIRA, M. V. F., GORENSTIN, B. G., CAMPODONICO, N. M. *et al.*, 1992, "Power System Expansion Planning Under Uncertainty", *IEEE Trans. on PWS*.

PEREIRA, M. V. F., GORENSTIN, B. G., CAMPODONICO, N. M. *et al.*, 1993 "Modelo de Planejamento da Expansão de Sistemas Hidrotérmicos sob Incertezas e Restrições Financeiras" In: *Anais do XII SNTPEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Recife, Brasil.

PEREIRA, M. V. F., GORENSTIN, B. G., CAMPODONICO, N. M. *et al.*, 1991, *Modelo de Planejamento com Incerteza*. Relatório no. 107/91, CEPEL.

PIAGET, J., 1973, *Coleção os Pensadores*, 1 ed., Abril Cultural, Rio de Janeiro.

POPPER, K. A., 1968, *The logic of Scientific Discovery*, 1 ed. London, Hutchinson of London.

ROCHA, P. G., 1998, *Planejamento sob Incerteza: Considerações sobre a utilização do critério do máximo arrependimento no problema da expansão da oferta de energia elétrica*, Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

ROSA, L. P., 1995 – Notas de aula disciplina “Teoria do Conhecimento Científico”, doutorado em Planejamento Energético na COPPE/UFRJ.

ROSA, L. P., 1996, “A aplicação de conceitos, paradigmas e métodos da física à economia: do mecanicismo ao indeterminismo e à imprevisibilidade do caos determinístico” In: Silveira, A. M., Moreira, I. C., Martins, R. C., Fuks, S., *Caos, Acaso e Determinismo*, 1 ed., cap. 5, Rio de Janeiro, RJ, editora UFRJ.

SIRIVINAS M., PUTNAIK L. M., 1994, Genetic Algorithms: a Survey, *IEEE Computer Society*, “Computer”- June, 1994

WALDROP, M. M., 1993, *Complexity: the emerging science at the edge of order and chaos*, 1 ed. New York, Touchstone.

WARWICK, K., EKWUE, A., AGGARWAL, R., 1997; *Artificial Intelligence Techniques in Power Systems*, 1 ed. London, UK, The Institution of Electrical Engineers.

WIEZENBAUM, J., 1993, *Computer Power and Human Reason*, 2 ed. – Penguin Books, London.

ZADEH, L. A., 1973 “Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, , Vol. SMC-3, no. 1, Jan.

ZHU, J., CHOW, M., 1997, “A Review of Emerging Techniques on Generation Expansion Planning”, *IEEE Trans. on PWS*, Vol. 12 (nov)., No.4, Novembro.

**ANEXO A: Tabelas referentes a um estudo de caso simplificado  
do planejamento da expansão**

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	rol/tor	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
0.9	0.001	sim	1	R	a	300	36
0.9	0.001	sim	1	R	b	250	46
0.9	0.001	sim	1	R	c	289	48
0.9	0.001	sim	1	R	d	273	45
0.9	0.001	sim	1	R	e	255	46
0.9	0.001	sim	1	T	a	244	25
0.9	0.001	sim	1	T	b	278	9
0.9	0.001	sim	1	T	c	286	9
0.9	0.001	sim	1	T	d	271	33
0.9	0.001	sim	1	T	e	294	24
0.9	0.001	sim	2	T	a	264	31
0.9	0.001	sim	2	T	b	251	16
0.9	0.001	sim	2	T	c	298	34
0.9	0.001	sim	2	T	d	327	18
0.9	0.001	sim	2	T	e	300	35
0.9	0.001	não	1	R	a	275	82
0.9	0.001	não	1	R	b	223	110
0.9	0.001	não	1	R	c	310	105
0.9	0.001	não	1	R	d	256	52
0.9	0.001	não	1	R	e	282	62
0.9	0.001	não	1	T	a	259	28
0.9	0.001	não	1	T	b	300	81
0.9	0.001	não	1	T	c	312	26
0.9	0.001	não	1	T	d	282	64
0.9	0.001	não	1	T	e	286	21
0.9	0.001	não	2	T	a	251	32
0.9	0.001	não	2	T	b	265	312
0.9	0.001	não	2	T	c	306	152
0.9	0.001	não	2	T	d	256	22
0.9	0.001	não	2	T	e	245	86

Legenda (cada linha da tabela corresponde a um AG):

Crossover: taxa de *crossover* adotada.

Mutação: taxa de mutação adotada.

Elitismo: informa se foi considerado elitismo.

n. ptos. cross. : informa em quantos pontos foi feita a quebra do cromossoma para efetuar o *crossover*.

Rol/tor: critério de seleção adotado (roleta ou torneio).

Semente: foram utilizadas 5 sementes distintas.

Func. Obj.: valor da função objetivo da solução ao final da convergência do AG em  $10^6$  US\$.

n. ger. ótimo: número de gerações que o AG levou até encontrar a melhor solução. O

símbolo “?” indica que o processo foi interrompido antes da convergência final do AG.

As linhas sombreadas correspondem a resultados com até 16% de custo acima do custo ótimo determinado pelo GAMS.

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	Roleta / torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
0.9	0.005	sim	1	R	a	239	392
0.9	0.005	sim	1	R	b	216	336
0.9	0.005	sim	1	R	c	286	61
0.9	0.005	sim	1	R	d	210	195
0.9	0.005	sim	1	R	e	208	276
0.9	0.005	sim	1	T	a	240	366
0.9	0.005	sim	1	T	b	217	388
0.9	0.005	sim	1	T	c	240	99
0.9	0.005	sim	1	T	d	238	290
0.9	0.005	sim	1	T	e	245	17
0.9	0.005	sim	2	T	a	238	13
0.9	0.005	sim	2	T	b	238	10
0.9	0.005	sim	2	T	c	273	96
0.9	0.005	sim	2	T	d	279	225
0.9	0.005	sim	2	T	e	276	57
0.9	0.005	não	1	R	a	253	218
0.9	0.005	não	1	R	b	227	319
0.9	0.005	não	1	R	c	272	183
0.9	0.005	não	1	R	d	258	300
0.9	0.005	não	1	R	e	280	216
0.9	0.005	não	1	T	a	236	193
0.9	0.005	não	1	T	b	236	49
0.9	0.005	não	1	T	c	286	12
0.9	0.005	não	1	T	d	311	41
0.9	0.005	não	1	T	e	296	56
0.9	0.005	não	2	T	a	222	24
0.9	0.005	não	2	T	b	258	61
0.9	0.005	não	2	T	c	323	42
0.9	0.005	não	2	T	d	261	309
0.9	0.005	não	2	T	e	278	377



crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	Roleta / torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
0.9	0.01	sim	1	R	a	239	294
0.9	0.01	sim	1	R	b	204	232
0.9	0.01	sim	1	R	c	232	270
0.9	0.01	sim	1	R	d	244	197
0.9	0.01	sim	1	R	e	224	321
0.9	0.01	sim	1	T	a	243	137
0.9	0.01	sim	1	T	b	216	369
0.9	0.01	sim	1	T	c	238	213
0.9	0.01	sim	1	T	d	216	91
0.9	0.01	sim	1	T	e	231	223
0.9	0.01	sim	2	T	a	232	238
0.9	0.01	sim	2	T	b	237	291
0.9	0.01	sim	2	T	c	257	45
0.9	0.01	sim	2	T	d	259	176
0.9	0.01	sim	2	T	e	254	118
0.9	0.01	não	1	R	a	288	?
0.9	0.01	não	1	R	b	270	?
0.9	0.01	não	1	R	c	280	?
0.9	0.01	não	1	R	d	300	?
0.9	0.01	não	1	R	e	320	?
0.9	0.01	não	1	T	a	268	33
0.9	0.01	não	1	T	b	244	190
0.9	0.01	não	1	T	c	297	380
0.9	0.01	não	1	T	d	239	88
0.9	0.01	não	1	T	e	279	91
0.9	0.01	não	2	T	a	254	332
0.9	0.01	não	2	T	b	253	385
0.9	0.01	não	2	T	c	271	24
0.9	0.01	não	2	T	d	286	37
0.9	0.01	não	2	T	e	258	166

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	Roleta / torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
.95	0.001	sim	1	R	a	284	53
.95	0.001	sim	1	R	b	237	40
.95	0.001	sim	1	R	c	293	24
.95	0.001	sim	1	R	d	252	153
.95	0.001	sim	1	R	e	256	32
.95	0.001	sim	1	T	a	289	18
.95	0.001	sim	1	T	b	335	12
.95	0.001	sim	1	T	c	273	50
.95	0.001	sim	1	T	d	251	8
.95	0.001	sim	1	T	e	268	21
.95	0.001	sim	2	T	a	243	59
.95	0.001	sim	2	T	b	258	274
.95	0.001	sim	2	T	c	283	26
.95	0.001	sim	2	T	d	273	19
.95	0.001	sim	2	T	e	241	24
.95	0.001	não	1	R	a	279	202
.95	0.001	não	1	R	b	235	97
.95	0.001	não	1	R	c	282	83
.95	0.001	não	1	R	d	264	132
.95	0.001	não	1	R	e	296	93
.95	0.001	não	1	T	a	289	76
.95	0.001	não	1	T	b	258	60
.95	0.001	não	1	T	c	294	33
.95	0.001	não	1	T	d	264	34
.95	0.001	não	1	T	e	283	28
.95	0.001	não	2	T	a	280	259
.95	0.001	não	2	T	b	376	141
.95	0.001	não	2	T	c	288	152
.95	0.001	não	2	T	d	337	55
.95	0.001	não	2	T	e	261	43

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	Roleta / torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
.95	0.005	sim	1	R	a	260	385
.95	0.005	sim	1	R	b	230	186
.95	0.005	sim	1	R	c	277	93
.95	0.005	sim	1	R	d	239	254
.95	0.005	sim	1	R	e	270	207
.95	0.005	sim	1	T	a	242	273
.95	0.005	sim	1	T	b	237	105
.95	0.005	sim	1	T	c	258	101
.95	0.005	sim	1	T	d	247	106
.95	0.005	sim	1	T	e	263	27
.95	0.005	sim	2	T	a	231	358
.95	0.005	sim	2	T	b	281	88
.95	0.005	sim	2	T	c	248	213
.95	0.005	sim	2	T	d	222	377
.95	0.005	sim	2	T	e	221	314
.95	0.005	não	1	R	a	282	233
.95	0.005	não	1	R	b	250	157
.95	0.005	não	1	R	c	272	231
.95	0.005	não	1	R	d	240	298
.95	0.005	não	1	R	e	240	220
.95	0.005	não	1	T	a	262	58
.95	0.005	não	1	T	b	264	13
.95	0.005	não	1	T	c	277	47
.95	0.005	não	1	T	d	268	28
.95	0.005	não	1	T	e	270	207
.95	0.005	não	2	T	a	250	43
.95	0.005	não	2	T	b	257	21
.95	0.005	não	2	T	c	227	13
.95	0.005	não	2	T	d	291	370
.95	0.005	não	2	T	e	258	22

Crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	roleta/to rneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
0.95	0.01	sim	1	R	a	211	315
0.95	0.01	sim	1	R	b	204	240
0.95	0.01	sim	1	R	c	246	268
0.95	0.01	sim	1	R	d	204	377
0.95	0.01	sim	1	R	e	219	59
0.95	0.01	sim	1	T	a	225	321
0.95	0.01	sim	1	T	b	210	249
0.95	0.01	sim	1	T	c	286	49
0.95	0.01	sim	1	T	d	219	343
0.95	0.01	sim	1	T	e	237	87
0.95	0.01	sim	2	T	a	232	247
0.95	0.01	sim	2	T	b	210	375
0.95	0.01	sim	2	T	c	232	400
0.95	0.01	sim	2	T	d	244	239
0.95	0.01	sim	2	T	e	268	154
0.95	0.01	não	1	R	a	300	?
0.95	0.01	não	1	R	b	300	?
0.95	0.01	não	1	R	c	320	?
0.95	0.01	não	1	R	d	300	?
0.95	0.01	não	1	R	e	300	?
0.95	0.01	não	1	T	a	319	67
0.95	0.01	não	1	T	b	251	143
0.95	0.01	não	1	T	c	262	23
0.95	0.01	não	1	T	d	253	81
0.95	0.01	não	1	T	e	276	108
0.95	0.01	não	2	T	a	241	53
0.95	0.01	não	2	T	b	258	210
0.95	0.01	não	2	T	c	297	49
0.95	0.01	não	2	T	d	296	83
0.95	0.01	não	2	T	e	274	232

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	roleta/to rneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
1.00	0.001	sim	1	R	a	280	80
1.00	0.001	sim	1	R	b	274	16
1.00	0.001	sim	1	R	c	251	156
1.00	0.001	sim	1	R	d	252	30
1.00	0.001	sim	1	R	e	244	27
1.00	0.001	sim	1	T	a	287	17
1.00	0.001	sim	1	T	b	284	41
1.00	0.001	sim	1	T	c	310	17
1.00	0.001	sim	1	T	d	269	29
1.00	0.001	sim	1	T	e	291	11
1.00	0.001	sim	2	T	a	248	17
1.00	0.001	sim	2	T	b	271	34
1.00	0.001	sim	2	T	c	267	33
1.00	0.001	sim	2	T	d	301	40
1.00	0.001	sim	2	T	e	248	17
1.00	0.001	não	1	R	a	259	269
1.00	0.001	não	1	R	b	231	132
1.00	0.001	não	1	R	c	298	51
1.00	0.001	não	1	R	d	256	123
1.00	0.001	não	1	R	e	273	92
1.00	0.001	não	1	T	a	279	69
1.00	0.001	não	1	T	b	258	22
1.00	0.001	não	1	T	c	289	29
1.00	0.001	não	1	T	d	284	60
1.00	0.001	não	1	T	e	298	46
1.00	0.001	não	2	T	a	237	216
1.00	0.001	não	2	T	b	253	27
1.00	0.001	não	2	T	c	283	123
1.00	0.001	não	2	T	d	265	145
1.00	0.001	não	2	T	e	244	210

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	Roleta/ torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
1.00	0.005	sim	1	R	a	214	117
1.00	0.005	sim	1	R	b	254	191
1.00	0.005	sim	1	R	c	242	243
1.00	0.005	sim	1	R	d	224	330
1.00	0.005	sim	1	R	e	239	269
1.00	0.005	sim	1	T	a	246	279
1.00	0.005	sim	1	T	b	244	246
1.00	0.005	sim	1	T	c	286	8
1.00	0.005	sim	1	T	d	235	152
1.00	0.005	sim	1	T	e	212	17
1.00	0.005	sim	2	T	a	235	354
1.00	0.005	sim	2	T	b	257	135
1.00	0.005	sim	2	T	c	258	102
1.00	0.005	sim	2	T	d	260	213
1.00	0.005	sim	2	T	e	238	86
1.00	0.005	não	1	R	a	245	49
1.00	0.005	não	1	R	b	247	232
1.00	0.005	não	1	R	c	269	185
1.00	0.005	não	1	R	d	254	250
1.00	0.005	não	1	R	e	246	131
1.00	0.005	não	1	T	a	256	112
1.00	0.005	não	1	T	b	238	36
1.00	0.005	não	1	T	c	303	30
1.00	0.005	não	1	T	d	275	162
1.00	0.005	não	1	T	e	290	10
1.00	0.005	não	2	T	a	279	31
1.00	0.005	não	2	T	b	265	390
1.00	0.005	não	2	T	c	251	22
1.00	0.005	não	2	T	d	292	24
1.00	0.005	não	2	T	e	234	31

crossover	mutação	elitismo	n.ptos cross.	roleta/ torneio	semente	Fun. Obj.	n. ger. ótimo
1.00	0.01	sim	1	R	a	239	335
1.00	0.01	sim	1	R	b	204	318
1.00	0.01	sim	1	R	c	216	335
1.00	0.01	sim	1	R	d	254	166
1.00	0.01	sim	1	R	e	210	338
1.00	0.01	sim	1	T	a	211	385
1.00	0.01	sim	1	T	b	213	354
1.00	0.01	sim	1	T	c	258	221
1.00	0.01	sim	1	T	d	250	386
1.00	0.01	sim	1	T	e	215	329
1.00	0.01	sim	2	T	a	211	212
1.00	0.01	sim	2	T	b	223	342
1.00	0.01	sim	2	T	c	237	206
1.00	0.01	sim	2	T	d	289	109
1.00	0.01	sim	2	T	e	221	334
1.00	0.01	não	1	R	a	300	?
1.00	0.01	não	1	R	b	290	?
1.00	0.01	não	1	R	c	300	?
1.00	0.01	não	1	R	d	?	?
1.00	0.01	não	1	R	e	?	?
1.00	0.01	não	1	T	a	265	41
1.00	0.01	não	1	T	b	253	145
1.00	0.01	não	1	T	c	274	321
1.00	0.01	não	1	T	d	240	126
1.00	0.01	não	1	T	e	236	237
1.00	0.01	não	2	T	a	237	79
1.00	0.01	não	2	T	b	238	68
1.00	0.01	não	2	T	c	269	12
1.00	0.01	não	2	T	d	302	17
1.00	0.01	não	2	T	e	245	149

## **ANEXO B: Agregação e formulação do sub-problema de operação**



## **B 1 : Agregação**

As componentes do vetor de variáveis de decisão de investimento  $x$  são representadas por  $x_{j,t}$ , tais que:

$$\begin{aligned}x_{j,t} &= 1 \text{ se o projeto } j \text{ é construído no estágio } t \\ &= 0 \text{ caso contrário}\end{aligned}$$

Define-se  $\sigma_{j,t}$  como:

$$\sigma_{j,t} = \sum_{\tau=1}^t x_{j,\tau}$$

isto é,

$$\begin{aligned}\sigma_{j,t} &= 1 \text{ se o projeto } j \text{ está construído no estágio } t \\ &= 0 \text{ caso contrário}\end{aligned}$$

Numa formulação linear,  $x_{j,t}$  indica a fração da usina  $j$  que foi construída no estágio  $t$ .

As funções de energia armazenável, turbinável e controlável máxima e a energia a fio d'água dependem do plano de expansão fornecido pelo módulo de investimento e podem ser expressas por:

$$\overline{EA}_{i,t}(x) = \sum_{j \in R_i} \sigma_{j,t} \overline{V}_j \left( \sum_{k \in J_j} \sigma_{k,t} \rho_k + \rho_j \right) \quad (\text{B.1})$$

$$\overline{ET}_{i,t}(x) = \sum_{j \in U_i} \sigma_{j,t} \overline{Q}_j \rho_j \quad (\text{B.2})$$

$$\overline{EC}_{i,t}(x) = \sum_{j \in R_i} AN_{j,t} \sigma_{j,t} \left[ \rho_j + \sum_{l \in S_j} \left[ \prod_{k \in J_l^j} (1 - \sigma_{k,t}) \right] \sigma_{l,t} \rho_l \right] \quad (B.3)$$

$$EF_{i,t}(x) = \sum_{j \in F_i} \sigma_{j,t} \rho_j \min \left\{ \left[ AN_{j,t} - \sum_{l \in T_j} \left[ \prod_{k \in J_l^j} (1 - \sigma_{k,t}) \right] \sigma_{l,t} AN_{l,t} \right], \overline{Q}_j \right\} \quad (B.4)$$

onde:

- i        indexa a região
- t        indexa o estágio de operação
- $R_i$     conjunto de reservatórios da região i
- $\overline{V}_j$     capacidade de armazenamento do reservatório j
- $J_j$     conjunto de usinas a jusante da usina j
- $\rho_j$     coeficiente de produtividade da usina j
- $U_i$     conjunto de usinas (com reservatório ou fio d'água) da região i.
- $\overline{Q}_j$     capacidade de turbinamento máximo da usina j
- $AN_{j,t}$  volume afluyente natural ao reservatório j no estágio t
- $S_j$     conjunto de usinas a fio d'água a jusante de j
- $J_l^j$     conjunto de reservatórios a jusante de j até a usina l
- $F_i$     conjunto de usinas de fio d'água da região i
- $T_j$     conjunto de reservatórios a montante de j

## **B 2 : Formulação do subproblema de operação**

O objetivo do módulo de operação é minimizar o valor esperado do custo de operação para um dado plano de expansão fornecido pelo módulo de investimento. O problema de operação é formulado da seguinte maneira:

$$z = \text{Min} \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T \beta_t \sum_{l \in G(i)} c_{l,i} GT_{l,i,t} \quad (\text{B.5})$$

sujeito a

- equação de conservação de energia

$$EA_{i,t+1} - \gamma_{i,t}(x) EA_{i,t} - EC_{i,t} + ET_{i,t} = 0 \quad (\text{B.6})$$

- equação de atendimento a demanda

$$ET_{i,t} + \sum_{l \in G(i)} GT_{l,i,t} + \sum_{k \in \Omega_i} [(1 - \delta_{k,i}) I_{k,i,t} - I_{i,k,t}] = D_{i,t} - EF_{i,t}(x) \quad (\text{B.7})$$

- limites

$$EA_{i,t+1} \leq \overline{EA}_{i,t+1}(x) \quad (\text{B.8})$$

$$ET_{i,t} \leq \overline{ET}_{i,t}(x) \quad (\text{B.9})$$

$$EC_{i,t} \leq \overline{EC}_{i,t}(x) \quad (\text{B.10})$$

$$I_{i,k,t} \leq \bar{I}_{i,k,t}(x) \quad (\text{B.11})$$

$$\underline{GT}_{l,i,t}(x) \leq GT_{l,i,t} \leq \overline{GT}_{l,i,t}(x) \quad (\text{B.12})$$

onde:

- |         |                           |
|---------|---------------------------|
| S       | total de subsistemas      |
| T       | horizonte de planejamento |
| $\beta$ | taxa de desconto.         |

- $G(i)$  conjunto de classes térmicas para o  $i$ -ésimo subsistema.  
 $c_{l,i}$  custo incremental de operação da classe térmica  $l$  do subsistema  $i$ .  
 $GT_{l,i,t}$  geração da classe térmica  $l$  do subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $EA_{i,t}$  energia armazenada no subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $\lambda_{i,t}(x)$  fator de atualização da energia armazenada em função de acréscimos de usinas a configuração no estágio  $t+1$ .  
 $EC_{i,t}$  energia controlável afluente ao subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $ET_{i,t}$  energia turbinada pelo reservatório equivalente do subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $\Omega_i$  conjunto de subsistemas interligados ao subsistema  $i$ .  
 $\delta_{ki}$  fator de perdas unitárias entre os subsistemas  $k$  e  $i$ .  
 $l_{i,k,t}$  fluxo de energia do subsistema  $i$  para o subsistema  $k$  no estágio  $t$ .  
 $EF_{i,t}$  energia a fio d'água do subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $D_{i,t}$  demanda no subsistema  $i$  no estágio  $t$ .  
 $x$  vetor de variáveis de decisão de investimento.

O fator  $\lambda_{i,t}(x)$  corresponde ao ganho de energia armazenada devido ao acréscimo de usinas à configuração no estágio  $t+1$  e é dado por:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{i,t} &= \frac{\overline{EA}_{i,t}(x) + \Delta \overline{EA}_{i,t+1}(x)}{\overline{EA}_{i,t}(x)} & (B.13) \\
 &= 1 + \frac{\sum_{j \in P_i} x_{j,t+1} \rho_j \sum_{k \in T_j} \sigma_{k,t} \bar{V}_k}{\overline{EA}_{i,t}(x)}
 \end{aligned}$$

onde :

- $P_i$  = conjunto de projetos candidatos da região  $i$   
 $T_j$  = conjunto de reservatórios a montante de  $j$

A capacidade máxima de intercâmbio entre a região  $i$  e a região  $k$ , no estágio  $t$  é dada por:

$$\bar{I}_{i,k,t}(x) = \sum_{l \in L_{i,k}} \sigma_{l,t} \bar{I}_l$$

onde

$L_{i,k}$  conjunto de intercâmbios (existentes e projetos de expansão entre a região  $i$  e  $k$ )

$\bar{I}_l$  capacidade máxima do intercâmbio  $l$

As capacidades mínima e máxima de geração da classe térmica  $l$  do subsistema  $i$  no estágio  $t$  são dada por:

$$\underline{GT}_{l,i,t}(x) = \sum_{j \in C_{l,i}} \sigma_{j,t} \underline{GT}_j \quad \text{e} \quad \overline{GT}_{l,i,t}(x) = \sum_{j \in C_{l,i}} \sigma_{j,t} \overline{GT}_j$$

respectivamente, onde

$C_{l,i}$  conjunto de usinas (existentes e projetos de expansão) da classe térmica  $l$  no subsistema  $i$

$\underline{GT}_j$  capacidade obrigatória de geração da usina  $j$

$\overline{GT}_j$  capacidade máxima de geração da usina  $j$ .

As restrições do problema de operação podem ser expressas em notação matricial da seguinte maneira:

$$F(x)y \leq h - Ex,$$

onde

$$F(x) = \begin{bmatrix} -1 & \gamma_{i,t}(x) & 1 & -1 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & (1 - \delta_{1,i}), \dots, (1 - \delta_{k,i}) & -1, \dots, -1 & 0 & 1, \dots, 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 1 & 0, \dots, 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0, \dots, 0 & 0 & 0, \dots, 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$y = \begin{bmatrix} EA_{i,t+1} \\ EA_{i,t} \\ EC_{i,t} \\ ET_{i,t} \\ I_{1,i,t}, \dots, I_{k,i,t} \\ I_{i,1,t}, \dots, I_{i,k,t} \\ I_{i,k,t} \\ GT_{1,i,t}, \dots, GT_{l,i,t} \\ GT_{l,i,t} \\ -GT_{l,i,t} \end{bmatrix} \quad e \quad h - Ex = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{i,t} - EF_{i,t}(x) \\ \overline{EA}_{i,t+1}(x) \\ \overline{ET}_{i,t}(x) \\ \overline{EC}_{i,t}(x) \\ \overline{I}_{i,k,t}(x) \\ \overline{GT}_{l,i,t}(x) \\ -\overline{GT}_{l,i,t}(x) \end{bmatrix}$$

**ANEXO C: Planos de expansão para o caso brasileiro e planilhas  
com resultados de estudos de caso simulados pelo AG**

## C1: Resultados do Plano de Expansão

### PLANO DE EXPANSÃO - RESULTADOS DO BRANCH & BOUND

PERIODO OPERACAO	SIST	USINA INTER	TIP PRJ	NOME DE PARA	CAPT MW	PERIODO DECISAO
JAN/1998	2	1822	H	SOBRAGI.....		JAN/1998
JAN/1999	1	327	H	SALTO CAXIAS		JAN/1998
	2	606	H	CANOAS 2....		JAN/1998
	2	607	H	CANOAS 1....		JAN/1998
	2	1225	H	IGARAPAVA...		JAN/1998
	2	1802	H	S.BRANCA.PAR		JAN/1998
		2	I	NSE1 2- 3		JAN/1998
		5	I	NNE1 3- 4		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-1	40.0	JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-2	40.0	JAN/1998
	1	11	T	ARGENTINA I	1000.0	JAN/1998
JAN/2000	2	933	H	ITIQUEIRA 1		JAN/1998
	2	1952	H	ROSAL.....		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-3	40.0	JAN/1999
	1	12	T	URUGUAIANA	600.0	JAN/1998
	2	7	T	GUIABA I-10D		
	2	8	T	GUIABA CC-GN	480.0	JAN/1999
	4	2	T	PECEM	240.0	JAN/1999
JAN/2001	1	5	H	DO FRANCISCA		JAN/1998
	1	17	H	ITA.....		JAN/1999
	1	35	H	PASSO MEIO..		JAN/1999
	1	400	H	CUBATAO.....		JAN/1999
	2	932	H	MANSO.....		JAN/1998
	2	934	H	ITIQUEIRA 2		JAN/1998
	2	2106	H	CALDEIRAO.MG		JAN/1998
	2	2125	H	P. ESTRELA A		JAN/1999
	2	2170	H	SANTA CLARA.		JAN/1998
	4	2710	H	QUEIMADO....		JAN/1999
	2	5710	H	QUEIMADO..SE		JAN/1999
	2	3499	H	GUAPORE		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEI-CC	300.0	JAN/2000
	1	14	T	ARGENTINA II	1000.0	JAN/2000
	2	8	T	NORTE CAPIXA	150.0	JAN/1999
	2	8	T	P. PAULISTA	630.0	JAN/1998
	2	8	T	RPBC	800.0	JAN/1998
	2	9	T	RIO I	700.0	JAN/1999
	4	2	T	UTE RLAM	360.0	JAN/1998
JAN/2002	1	41	H	CAPIVARI....		JAN/2000
	2	603	H	PIRAJU.....		JAN/2000
	2	620	H	ITAIPU.BINAC		JAN/1999
	2	803	H	JAURU.....		JAN/1998
	2	1212	H	FUNIL.GRANDE		JAN/1999



# PLANO DE EXPANSÃO - RESULTADOS DO BRANCH & BOUND

X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							
PERIODO	SIST	USINA	TIP	NOME	CAPT	PERIODO	
OPERACAO		INTER	PRJ	DE PARA	MW	DECISAO	
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							
JAN/2002							
	2	1824	H	BONFANTE....		JAN/2000	
	2	1958	H	SAO JOAO....		JAN/1998	
	2	2141	H	AIMORES 159		JAN/1999	
	4	2727	H	GATOS 1.....		JAN/1999	
	2	3013	H	LAJEADO.MNTE		JAN/1998	
3	I	NSE2	2- 3	JAN/2000			
	1	9	T	JACUI	350.0	JAN/1998	
	2	4	T	IGARAPE 7A			
	2	8	T	IGARAPE CC	390.0	JAN/2000	
	2	8	T	BTB	501.0	JAN/2001	
	4	2	T	COSERN	100.0	JAN/2000	
JAN/2003							
	1	6	H	BOM RETIRO..		JAN/2001	
	2	1813	H	LAJES.....		JAN/1998	
	2	1820	H	PICADA.....		JAN/2000	
	2	1823	H	MONTE SERRAT		JAN/2001	
	2	2103	H	PILAR I.....		JAN/1999	
	2	2107	H	CANDONGA....		JAN/1998	
	2	2404	H	MURTA.....		JAN/1998	
	4	2414	H	ITAPEBI.....		JAN/1998	
	4	2749	H	SITIO GRANDE		JAN/1999	
	3	3026	H	TUCURUI 1/2.		JAN/2000	
	2	3027	H	CANA BRAVA..		JAN/2000	
	1	10	T	CANDIOTAIIII1	350.0	JAN/2000	
	2	8	T	SAO PAULO 1	450.0	JAN/2001	
JAN/2004							
	2	1493	H	SERRA FACAO.		JAN/1999	
JAN/2005							
	4	2403	H	IRAPE.....		JAN/2000	
	2	2153	H	TRAIRA.....		JAN/2003	
	2	5403	H	IRAPE.....SE		JAN/2000	
JAN/2006							
	1	16	H	MACHADINHO..		JAN/2001	
	3	3019	H	C. MAGALHAES		JAN/2001	
	2	6019	H	C. MAGALH SE		JAN/2001	
JAN/2007							
	1	11	H	BARRA GRANDE		JAN/2002	
	1	611	H	MAUA.....		JAN/2002	
	3	3009	H	PEIXE.....		JAN/2002	
	2	7	H	PONTE PEDRA.		JAN/2004	
	1	401	H	SALTO PILAO.		JAN/2004	
	2	1238	H	SAO DOMINGOS		JAN/2004	
	2	8	T	GAS-SE CC	598.2	JAN/2005	
	2	6009	H	PEIXE.....SE		JAN/2002	
JAN/2008							
	3	3044	H	SER QUEBRADA		JAN/2001	
	3	3001	H	MARANHAO....		JAN/2003	
	3	3004	H	MIRADOR.....		JAN/2003	
	2	8	T	SAO PAULO 2	450.0	JAN/2005	

# PLANO DE EXPANSÃO - RESULTADOS DO BRANCH & BOUND

PERIODO OPERACAO	SIST	USINA INTER	TIP PRJ	NOME DE PARA	CAPT MW	PERIODO DECISAO
JAN/2008						
	4	2	T	GN-NE	336.9	JAN/2005
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2005
	4	2	T	GN-NE	24.3	JAN/2005
	2	8	T	GAS-SE CC	900.0	JAN/2006
	2	6001	H	MARANHAO...SE		JAN/2003
2	6004	H	MIRADOR...SE		JAN/2003	
JAN/2009						
	1	15	H	CAMPOS NOVOS		JAN/2005
	1	10	T	SEIVAL I-1	250.0	JAN/2007
	1	10	T	SEIVAL I-2	250.0	JAN/2007
	1	10	T	CARVAO PIE	250.0	JAN/2007
	1	10	T	CARVAO PIE	250.0	JAN/2007
	1	13	T	JOINVILLE	435.7	JAN/2008
	1	13	T	ARAUCARIA	444.0	JAN/2008
JAN/2010						
	2	1956	H	FRANC AMARAL		JAN/2005
	4	2709	H	FORMOSO.....		JAN/2005
	3	3007	H	FOZ BEZERRA.		JAN/2005
	4	2	T	GN-NE	23.4	JAN/2007
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2007
	2	5709	H	FORMOSO...SE		JAN/2005
	2	6007	H	FOZ BEZER SE		JAN/2005
JAN/2011						
	2	1829	H	ITAOCARA....		JAN/2005
		1	I	SSE1 1- 2		JAN/2007
		6	I	NNE2 3- 4		JAN/2007
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2008
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2008
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2008
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2008
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2008
	2	10	T	GAS-SE CC	1800.0	JAN/2009
	2	10	T	GAS-SE CC	1800.0	JAN/2009
	2	10	T	GAS-SE CC	1800.0	JAN/2009
JAN/2012						
	2	621	H	OURINHOS....		JAN/2006
	2	959	H	BATATAL.....		JAN/2006
	2	3021	H	TORIXOREU...		JAN/2006
	1	21	H	14 DE JULHO.		JAN/2007
	2	902	H	ITUMIRIM....		JAN/2007
		4	I	NSE3 2- 3		JAN/2008
JAN/2013						
		4	I	NSE3 2- 3		JAN/2009
JAN/2014						
	3	3020	H	BARRA PEIXE.		JAN/2009
	3	3106	H	BELO MONTE..		JAN/2009
	2	6020	H	BARRA PEI SE		JAN/2009
JAN/2017						
		6	I	NNE2 3- 4		JAN/2013

# PLANO DE EXPANSAO-RESULTADOS-GENETICO

PERIODO	SIST	USINA	TIP	NOME	CAPT	PERIODO
OPERACAO		INTER	PRJ	DE PARA	MW	DECISAO
JAN/1998	2	1822	H	SOBRAGI.....		JAN/1998
JAN/1999	1	327	H	SALTO CAXIAS		JAN/1998
	2	606	H	CANOAS 2....		JAN/1998
	2	607	H	CANOAS 1....		JAN/1998
	2	1225	H	IGARAPAVA...		JAN/1998
	2	1802	H	S.BRANCA.PAR		JAN/1998
		2	I	NSE1 2- 3		JAN/1998
		5	I	NNE1 3- 4		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-1	40.0	JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-2	40.0	JAN/1998
	1	11	T	ARGENTINA I	1000.0	JAN/1998
JAN/2000	2	933	H	ITIQUEIRA 1		JAN/1998
	2	1952	H	ROSAL.....		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEII-3	40.0	JAN/1999
	1	12	T	URUGUAIANA	600.0	JAN/1998
	2	7	T	CUIABA I-10D		
	2	8	T	CUIABA CC-GN	480.0	JAN/1999
	4	2	T	PECEM	240.0	JAN/1999
JAN/2001	1	5	H	DO FRANCISCA		JAN/1998
	1	17	H	ITA.....		JAN/1999
	1	35	H	PASSO MEIO..		JAN/1999
	1	400	H	CUBATAO.....		JAN/1999
	2	932	H	MANSO.....		JAN/1998
	2	934	H	ITIQUEIRA 2		JAN/1998
	2	2106	H	CALDEIRAO.MG		JAN/1998
	2	2125	H	P. ESTRELA A		JAN/1999
	2	2170	H	SANTA CLARA.		JAN/1998
	4	2710	H	QUEIMADO....		JAN/1999
	2	5710	H	QUEIMADO..SE		JAN/1999
	2	3499	H	GUAPORE		JAN/1998
	1	13	T	C.GRANDEI-CC	300.0	JAN/2000
	1	14	T	ARGENTINA II	1000.0	JAN/2000
	2	8	T	NORTE CAPIXA	150.0	JAN/1999
	2	8	T	P.PAULISTA	630.0	JAN/1998
	2	8	T	RPBC	800.0	JAN/1998
	2	9	T	RIO I	700.0	JAN/1999
	4	2	T	UTE RLAM	360.0	JAN/1998
JAN/2002	1	41	H	CAPIVARI....		JAN/2000
	2	603	H	PIRAJU.....		JAN/2000
	2	620	H	ITAIPU.BINAC		JAN/1999
	2	803	H	JAURU.....		JAN/1998
	2	1212	H	FUNIL.GRANDE		JAN/1999
	2	1824	H	BONFANTE....		JAN/2000
	2	1958	H	SAO JOAO....		JAN/1998
	2	2141	H	AIMORES 159		JAN/1999
	4	2727	H	GATOS 1....		JAN/1999
	2	3013	H	LAJEADO.MNTE		JAN/1998

# PLANO DE EXPANSAO-RESULTADOS-GENETICO

PERIODO OPERACAO	SIST	USINA INTER	TIP PRJ	NOME DE PARA	CAPT MW	PERIODO DECISAO
JAN/2002						
	1	3	I	NSE2 2- 3		JAN/2000
	2	9	T	JACUI	350.0	JAN/1998
	2	4	T	IGARAPE 7A		
	2	8	T	IGARAPE CC	390.0	JAN/2000
	2	8	T	BTB	501.0	JAN/2001
	4	2	T	COSERN	100.0	JAN/2000
JAN/2003						
	1	6	H	BOM RETIRO..		JAN/2001
	2	1813	H	LAJES.....		JAN/1998
	2	1820	H	PICADA.....		JAN/2000
	2	1823	H	MONTE SERRAT		JAN/2001
	2	2103	H	PILAR I.....		JAN/1999
	2	2107	H	CANDONGA....		JAN/1998
	2	2404	H	MURTA.....		JAN/1998
	4	2414	H	ITAPEBI.....		JAN/1998
	4	2749	H	SITIO GRANDE		JAN/1999
	3	3026	H	TUCURUI 1/2.		JAN/2000
	2	3027	H	CANA BRAVA..		JAN/2000
	1	10	T	CANDIOTAIIII1	350.0	JAN/2000
	2	8	T	SAO PAULO 1	450.0	JAN/2001
JAN/2004						
	2	1493	H	SERRA FACAO.		JAN/1999
	2	2153	H	TRAIRA.....		JAN/2002
JAN/2005						
	1	16	H	MACHADINHO..		JAN/2000
	2	1956	H	FRANC AMARAL		JAN/2000
	4	2403	H	IRAPE.....		JAN/2000
	1	401	H	SALTO PILAO.		JAN/2002
	2	5403	H	IRAPE.....SE		JAN/2000
JAN/2006						
	1	310	H	CURUCACA....		JAN/2001
	1	313	H	FUNDAO.....		JAN/2001
	2	7	H	PONTE PEDRA.		JAN/2003
	2	8	T	GAS-SE CC	900.0	JAN/2004
JAN/2007						
	1	11	H	BARRA GRANDE		JAN/2002
	1	611	H	MAUA.....		JAN/2002
	3	3019	H	C. MAGALHAES		JAN/2002
	1	15	H	CAMPOS NOVOS		JAN/2003
	2	8	T	SAO PAULO 2	450.0	JAN/2004
	4	2	T	GN-NE	800.0	JAN/2004
	1	13	T	ARAUCARIA	444.0	JAN/2006
	2	6019	H	C. MAGALH SE		JAN/2002
JAN/2008						
	3	3044	H	SER QUEBRADA		JAN/2001
	1	21	H	14 DE JULHO.		JAN/2003
	1	22	H	XANXERE.....		JAN/2003
	4	2709	H	FORMOSO.....		JAN/2003
	3	3001	H	MARANHAO....		JAN/2003

# PLANO DE EXPANSAO-RESULTADOS-GENETICO

PERIODO	SIST	USINA	TIP	NOME	CAPT	PERIODO
OPERACAO		INTER	PRJ	DE PARA	MW	DECISAO
JAN/2008						
3	3004	H	MIRADOR.....			JAN/2003
2	1238	H	SAO DOMINGOS			JAN/2005
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2005
1	10	T	SEIVAL I-2		250.0	JAN/2006
2	10	T	GAS-SE CC		1800.0	JAN/2006
2	5709	H	FORMOSO...SE			JAN/2003
2	6001	H	MARANHAO..SE			JAN/2003
2	6004	H	MIRADOR...SE			JAN/2003
JAN/2009						
1	10	T	CARVAO PIE		250.0	JAN/2007
JAN/2011						
2	1829	H	ITAOCARA....			JAN/2005
3	3007	H	FOZ BEZERRA.			JAN/2006
3	3009	H	PEIXE.....			JAN/2006
3	3020	H	BARRA PEIXE.			JAN/2006
	1	I	SSE1 1- 2			JAN/2007
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2008
2	10	T	GAS-SE CC		1800.0	JAN/2009
1	13	T	JOINVILLE		600.0	JAN/2010
2	6007	H	FOZ BEZER SE			JAN/2006
2	6009	H	PEIXE.....SE			JAN/2006
2	6020	H	BARRA PEI SE			JAN/2006
JAN/2012						
2	959	H	BATATAL.....			JAN/2006
1	32	H	S.CAVALINHOS			JAN/2007
1	34	H	CASTRO ALVES			JAN/2007
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2009
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2009
2	10	T	GAS-SE CC		1800.0	JAN/2010
JAN/2013						
2	3021	H	TORIXOREU...			JAN/2007
3	3023	H	SANTA ISABEL			JAN/2008
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2010
4	2	T	GN-NE		800.0	JAN/2010
JAN/2014						
1	33	H	GARABI.BINAC			JAN/2007
3	3024	H	ESTREITO.TOC			JAN/2007
1	36	H	SAO MARCOS..			JAN/2009
1	38	H	PRIMAVERA...			JAN/2009
1	39	H	SAO MANOEL..			JAN/2009
1	341	H	STO.ARIRANHA			JAN/2009
2	798	H	JUBINHA III.			JAN/2012
1	10	T	SEIVAL I-1		250.0	JAN/2012
1	10	T	CARVAO PIE		250.0	JAN/2012
JAN/2015						
1	26	H	S.DOMING.CHA			JAN/2010
1	37	H	JARARACA....			JAN/2010
1	40	H	ILHA.....			JAN/2010
1	305	H	STA CLARA-JOR			JAN/2010

# **PLANO DE EXPANSAO-RESULTADOS-GENETICO**

X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----
PERIODO	SIST	USINA	TIP	NOME	CAPT	PERIODO	
OPERACAO		INTER	PRJ	DE PARA	MW	DECISAO	
X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----
JAN/2016							
	1	610	H	TELEMA BORBA		JAN/2011	
JAN/2020							
		6	I	NNE2 3- 4		JAN/2016	
X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----	X-----X----

## **C2: Planilhas com resultados de estudos de caso simulados pelo AG**

### **Legenda das planilhas:**

Sem: semente

Pop: tamanho da população (número de indivíduos).

No. ger.: número de gerações do algoritmo genético a cada iteração de Benders.

Tx. cross: taxa de *crossover* em um único ponto (ou uniforme quando observado embaixo da tabela).

Tx. Mut: taxa de mutação por gene.

elitismo: corresponde à porcentagem de indivíduos na população corrente iguais ao melhor indivíduo da geração anterior.

iter: índice que informa em qual iteração de Benders o MODPIN se encontra.

iger: índice que informa em qual geração o AG se encontra.

heurística mutação if (iter .It. 3) or (iger .It. 20) : o AG faz mutação “normal” se iter menos que 3 ou iger menor que 20. Caso contrário, aplica a heurística da mutação, procurando, assim, fazer uma busca mais localizada.

quantos: número de indivíduos participantes do torneio.

Em cada célula das tabelas a seguir, os números correspondem, de acordo com a posição na célula a:

custo ótimo
CPU Inv.
CPU Oper.

Onde:

custo ótimo - corresponde ao menor custo obtido pelo algoritmo ao final da convergência do modelo.

CPU Inv - tempo de CPU no módulo de investimento (problema mestre).

CPU Oper - tempo de CPU gasto no módulo de operação (problema escravo).

São também apresentados nas tabelas os melhores resultados obtidos pelo algoritmo de B&B e pelo AG.

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55540 Pop: 300 No. Ger: 30 Tx Cross: 90 Tx Mut.: .001	Sem: 55540 Pop: 300 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .005	Sem: 55540 Pop: 300 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0100			
<b>Cenário 1</b>	29.796	30.248	30935 CPU Inv:1829 CPU Oper:1743	30879 CPU Inv:4158 CPU Oper: 2805	30842 CPU Inv:1765 CPU Oper: 1616			
<b>Cenário 2</b>	33.447 8721 3026	33.908	35793 CPU Inv:2214 CPU Oper: 1196	34600 CPU Inv:4366 CPU Oper: 3040	34600 CPU Inv:2609 CPU Oper: 2296			
<b>Cenário 3</b>	43.310	<b>42.023</b>	43260 CPU Inv:1837 CPU Oper: 1782	43712 CPU Inv:2607 CPU Oper: 2173	43598 CPU Inv:5066 CPU Oper: 3318			

pop. constante

elitismo 10%

heurística mutação if((iter .lt. 3) or (iger .lt. 20)

inicialização **apenas no cenário 1**



	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55540000 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 90 Tx Mut.: .001	Sem: 55540000 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .005	Sem: 55540000 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0100			
<b>Cenário 1</b>	<b>29.796</b>	30.248	30980 CPU Inv: 8350 CPU Oper: 3216	30266 CPU Inv: 2446 CPU Oper: 1658	<b>29777</b> <b>CPU Inv: 4386</b> <b>CPU Oper: 1953</b>			
<b>Cenário 2</b>	33.447 8721 3026	33.908	34429 CPU Inv: 3303 CPU Oper: 2057	34246 CPU Inv: 3175 CPU Oper: 2035	34732 CPU Inv: 2497 CPU Oper: 1674			
<b>Cenário 3</b>	43.360	<b>42.023</b>	42362 CPU Inv: 10202 CPU Oper: 3327	44752 CPU Inv: 2892 CPU Oper: 2448	42885 CPU Inv: 3181 CPU Oper: 2303			

pop aumenta para 600 caso esteja quase convergindo

elitismo 10%

heurística mutação if((iter .lt. 3) or (iger .lt. No. Ger.-5)

busca local : só flipa para +1 ou -1 do antes e com elevada probabilidade (100\*vemut)

inicialização **apenas no cenário 1**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 90 Tx Mut.: .001	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .005	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0100			
Cen1	29777	30.248 Inv:212 Oper:4507	30316 CPU Inv: 934 CPU Oper: 1461	30400 CPU Inv: 2416 CPU Oper: 2326	30745 CPU Inv: 1008 CPU Oper: 1650			
Cen2	33.447 8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	36010 CPU Inv: 3872 CPU Oper: 3968	36357 CPU Inv: 1689 CPU Oper: 2240	35336 CPU Inv: 727 CPU Oper: 1770			
Cen3	42362	42.023 Inv: 105 Oper:3906	43642 CPU Inv: 1450 CPU Oper: 1848	43523 CPU Inv: 1852 CPU Oper: 2286	44481 CPU Inv: 1181 CPU Oper: 1993			

pop aumenta para 600 caso esteja quase convergindo

elitismo 50%

heurística mutação if((iter .lt. 3) or (iger .lt. No. Ger.-5)

busca local : só flipa para +1 ou -1 do antes e com elevada probabilidade.

inicialização apenas no cenário 1

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .001	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .005	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0100			
Cen1	29777	30.248 Inv:212 Oper:4507	30315 CPU Inv: 1007 CPU Oper: 1442	30405 CPU Inv: 2610 CPU Oper: 2278	30745 CPU Inv: 1094 CPU Oper: 1576			
Cen2	33.447 8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	36010 CPU Inv: 4324 CPU Oper:4212	36357 CPU Inv: 1823 CPU Oper: 1192	35336 CPU Inv: 786 CPU Oper:1770			
Cen3	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906	43643 CPU Inv: 1566 CPU Oper:1808	43554 CPU Inv:2002 CPU Oper: 2235	44481 CPU Inv:1283 CPU Oper: 1899			

pop aumenta para 400 caso esteja quase convergindo

elitismo 50%

heurística mutação if((iter .lt. 3) or (iger .lt. No. Ger.-5)

busca local : só flipa para +1 ou -1 do antes e com elevada probabilidade (10\*vemut)

inicialização apenas no cenário 1

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .002	Sem:55554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .001	Sem: 55554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 0015	Sem: 55554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 002		
<b>Cen1</b>	29777	30.248 Inv:212 Oper:4507	29403 CPU Inv:790 CPU Oper:1300	30758 Inv: 2051 Oper: 2225	30911 CPU Inv: 790 CPU Oper:1235	30936 Inv: 5391 Oper: 3642		
<b>Cen2</b>	33.447 8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	34183	33858 CPU Inv: 1759 CPU Oper: 2080	35956 CPU Inv: 3502 CPU Oper: 3139	35707 Inv: 2598 Oper: 2614		
<b>Cen3</b>	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906		43711 CPU Inv: 2062 CPU Oper: 2286	43548 CPU Inv: 3633 CPU Oper: 2892	42990 Inv: 2407 Oper: 2486		

pop constante

elitismo 10%

mutação normal

inicialização com zero em todos os cenários

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .0015	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002		
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv:212 Oper:4507		30758 Inv: 2051 Oper: 2225	30911 CPU Inv: 790 CPU Oper:1235	30936 Inv: 5391 Oper: 3642		
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	34183	33858 CPU Inv: 1759 CPU Oper: 2080	35956 CPU Inv: 3502 CPU Oper: 3139	35707 Inv: 2598 Oper: 2614		
Cen3	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906		43711 CPU Inv: 2062 CPU Oper: 2286	43548 CPU Inv: 3633 CPU Oper: 2892	42990 Inv: 2407 Oper: 2486		

pop constante

elitismo 10%

mutação normal

inicialização aleatória com zero em 80% dos genes para **todos os cenários**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .002	Sem: 13175931 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: 87395711 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: 20141861 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002		
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv:212 Oper:4507	31344 CPU Inv:2025 CPU Oper:1970	30196 Inv:3394 Oper: 2814	31663 CPU Inv: 1555 CPU Oper:1871	31237 Inv: 2145 Oper: 2220		
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	34766 CPU Inv:2310 CPU Oper:2435	34527 CPU Inv: 1680 CPU Oper: 2013	33893 CPU Inv: 6790 CPU Oper: 4746	33849 Inv: 883 Oper: 1257		
Cen3	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906	44346 CPU Inv:3451 CPU Oper:3000	43001 CPU Inv: 1988 CPU Oper: 2248	43088 CPU Inv: 3207 CPU Oper: 2822	43925 Inv: 1540 Oper: 1860		

pop constante

elitismo 10%;      quantos = pop/10

mutação normal

inicialização aleatória com zero em 20% dos genes até iteração 10 para **todos os cenários**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .0015	Sem: 13175931 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: 87395711 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 20141861 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002		
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv:212 Oper:4507	CPU Inv:790 CPU Oper:1300	30758 Inv: 2051 Oper: 2225	30911 CPU Inv: 790 CPU Oper:1235	30936 Inv: 5391 Oper: 3642		
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	34183	33858 CPU Inv: 1759 CPU Oper: 2080	35956 CPU Inv: 3502 CPU Oper: 3139	35707 Inv: 2598 Oper: 2614		
Cen3	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906		43711 CPU Inv: 2062 CPU Oper: 2286	43548 CPU Inv: 3633 CPU Oper: 2892	42990 Inv: 2407 Oper: 2486		

pop constante

elitismo 10%

mutação normal

inicialização aleatória com zero em 20% dos genes para **todos os cenários**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 40 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .002	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .003	Sem: 13179137 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 002	Sem: : 13179137 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 003		
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv:212 Oper:4507	31623 CPU Inv:917 CPU Oper:1297	30725 Inv: 2390 Oper: 2374	30191 CPU Inv: 5006 CPU Oper:3160	30237 Inv: 2609 Oper: 2329		
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	34413 CPU Inv:2942 CPU Oper:2554	35089 CPU Inv: 1423 CPU Oper: 1757	34737 CPU Inv: 2480 CPU Oper: 3139	35707 Inv: 2598 Oper: 2614		
Cen3	42362	42.023 Inv:105 Oper:3906	43819 CPU Inv:3014 CPU Oper:2782	43513 CPU Inv: 2771 CPU Oper: 2518	43380 CPU Inv: 3245 CPU Oper: 2816	42990 Inv: 2407 Oper: 2486		

pop constante

elitismo 5%, quantos = 5%

mutação normal

inicialização aleatória com zero em 50% dos genes para **todos os cenários**

**função objetivo 1/x**



	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 85 Tx Mut.: .002	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut.: .002		
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv:212 Oper:4507	31510 CPU Inv:2503 CPU Oper:2430	30356 Inv: 3162 Oper: 2698	30356 CPU Inv: 3165 CPU Oper:2683	30886 Inv: 4625 Oper: 3427		
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	35704 CPU Inv:2169 CPU Oper:2260	34382 CPU Inv: 1622 CPU Oper: 2006	34382 CPU Inv: 1627 CPU Oper: 1996	33718 Inv: 2063 Oper: 2163		
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv:105 Oper:3906	43671 CPU Inv:2574 CPU Oper:2516	42335 CPU Inv: 2954 CPU Oper: 2797	42335 CPU Inv: 2957 CPU Oper: 1790	43480 Inv: 1771 Oper: 2057		

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

mutação normal

inicialização aleatória com zero em 20% dos genes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 13157391 Pop: 300 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .002	Sem: 77933757 Pop: 300 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002				
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv: 212 Oper: 4507	30254 CPU Inv: 3154 CPU Oper: 1704	29499 Inv: 17507 Oper: 3700				
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv: 138 Oper: 4018	35388 CPU Inv: 10938 CPU Oper: 3911	34838 CPU Inv: 4389 CPU Oper: 2115				
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv: 105 Oper: 3906	43155 CPU Inv: 11748 CPU Oper: 3594	43944 CPU Inv: 4290 CPU Oper: 2448				

pop constante passa para 600 quando está quase convergindo

elitismo 5%, quantos = 5%

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero

inicialização com zero em todos os genes para **todos os cenários**

**crossover em um ponto**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 13157391 Pop: 200 No. Ger: 40 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .002	Sem: 77933757 Pop: 200 No. Ger: 40 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: 98778953 Pop: 200 No. Ger: 40 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002			
Cen1	29403 Inv: 790 Oper: 1300	30.248 Inv: 212 Oper: 4507	30120 CPU Inv: 2431 CPU Oper: 1588	29172 Inv: 3213 Oper: 1785	30458 CPU Inv: 1340 CPU Oper: 1414			
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv: 138 Oper: 4018	34490 CPU Inv: 7127 CPU Oper: 2643	34656 CPU Inv: 10341 CPU Oper: 3792	34190 CPU Inv: 5181 CPU Oper: 2200			
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv: 105 Oper: 3906	43583 CPU Inv: 3372 CPU Oper: 1653	42382 CPU Inv: 10165 CPU Oper: 3006	43287 CPU Inv: 7631 CPU Oper: 3375			

(<sup>1</sup>) Rodado com PIN.EXE pop passa para 600 quando está quase convergindo

elitismo 20%, quantos = 5%

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero

inicialização com zero em 50% os genes para **todos os cenários**

**crossover em um ponto**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem: 13157391 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut: .0025	Sem: 53478381 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 95 Tx Mut: .0025	Sem: 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0025	Sem: 98778953 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0025	Sem: 11111111 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: 0025 <sup>(1)</sup>	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	30602 CPU Inv:3531 CPU Oper:1953	31842 CPU Inv:2626 CPU Oper:1786	30748 Inv:4802 Oper: 2440	30073 CPU Inv: 2949 CPU Oper:1757	29923 CPU Inv: 4091 CPU Oper:2103	
Cen2	33.447  8721 3026	33.908 Inv:138 Oper:4018	33439 CPU Inv:3597 CPU Oper:2144	34468 CPU Inv:3353 CPU Oper:2222	34253 CPU Inv: 2066 CPU Oper: 2227	34172 CPU Inv: 2192 CPU Oper: 1602	34076 CPU Inv: 4107 CPU Oper: 2208	
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv:105 Oper:3906	43048 CPU Inv:3394 CPU Oper:24383	44533 CPU Inv:13688 CPU Oper:4263	42740 CPU Inv: 4281 CPU Oper: 2247	43595 CPU Inv: 2469 CPU Oper: 2036	42421 CPU Inv: 1762 CPU Oper: 1368	

pop passa para 600 quando está quase convergindo

elitismo 20%, quantos = 5%

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero

inicialização com sorteio em 60% os genes e zero nos 40% restantes para **todos os cenários**

**crossover em um ponto**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B		Sem: 53478381 Pop: 400 No. Ger: 25 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .0025	Sem: 77933757 Pop: 300 No. Ger: 25 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 98778953 Pop: 300 No. Ger: 325 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 11111111 Pop: 300 No. Ger: 25 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507		30975 CPU Inv:752 CPU Oper:1458	31404 Inv:4002 Oper: 3380	30913 CPU Inv: 1282 CPU Oper:1957	30930 CPU Inv: 760 CPU Oper:1543	
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018		34163 CPU Inv:3031 CPU Oper:3028	34405 CPU Inv: 2643 CPU Oper: 2790	34401 CPU Inv: 1724 CPU Oper: 2259	35327 CPU Inv: 3957 CPU Oper: 3390	
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv:105 Oper:3906		44527 CPU Inv:6822 CPU Oper:4590	42570 CPU Inv: 885 CPU Oper: 1709	44663 CPU Inv: 3734 CPU Oper: 3427	43759 CPU Inv: 2298 CPU Oper: 2632	

pop constante

elitismo 20%, quantos = 5%

genpin: ifi (iter .lt. 11) E (iger .lt. 8) devolve valor para Modpin (go to 2) – heurística para apressar no começo

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero

inicialização com sorteio em 40% os genes e zero nos 60% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem:77933757 Pop: 500 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015	Sem: 53478381 Pop: 400 No. Ger: 25 Tx Cross: 95 Tx Mut.: .0025	Sem:77933757 Pop: 500 No. Ger: 25 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 98778953 Pop: 500 No. Ger: 25 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: 11111111 Pop: 500 No. Ger: 25 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	30295 Inv:3859 Oper: 2305	30280 CPU Inv:1126 CPU Oper:1476	30954 Inv:715 Oper: 1232	31076 CPU Inv: 3733 CPU Oper:2562	30506 CPU Inv: 4629 CPU Oper:2794	
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	35089 CPU Inv: 2248 CPU Oper: 1911	34725 CPU Inv:2529 CPU Oper:2460	33869 CPU Inv: 2898 CPU Oper: 2298	34210 CPU Inv: 3731 CPU Oper: 2829	34206 CPU Inv: 5294 CPU Oper: 3189	
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv:105 Oper:3906	42497 CPU Inv: 2381 CPU Oper: 1984	44454 CPU Inv:4560 CPU Oper:3199	42652 CPU Inv: 2105 CPU Oper: 1910	44351 CPU Inv: 4673 CPU Oper: 2848	43532 CPU Inv: 4321 CPU Oper: 2771	

pop constante

elitismo 20%, quantos = 5%

genpin: ifi (iter .lt. 11) E (iger . lt. 8) devolve valor para Modpin (go to 2) – heurística para apressar no começo

mutação normal

inicialização com sorteio em 40% os genes e zero nos 60% restantes para **todos os cenários (apenas primeiro caso, sorteio em 80% dos genes)**

**crossover UNIFORME**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:77933757 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: .85 Tx Mut:.. .0015	Sem: :77933757 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: 90 Tx Mut:.. 0015	Sem:77933757 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut:.. .0015	Sem: :77933757 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut:.. 0015	Sem: :77933757 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: .85 Tx Mut:.. 002	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	30095 Inv:2317 Oper: 2062	30820 CPU Inv:3844 CPU Oper:2621	30820 Inv:3819 Oper: 2504	30640 CPU Inv: 3572 CPU Oper:2568	30754 CPU Inv: 1863 CPU Oper:1765	
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	35610 CPU Inv:5408 CPU Oper: 3298	34449 CPU Inv:3627 CPU Oper:2779	34449 CPU Inv: 3604 CPU Oper: 2652	34280 CPU Inv: 1174 CPU Oper: 1573	34493 CPU Inv: 1460 CPU Oper: 1801	
Cen3	42335 2954 2797	42.023 Inv:105 Oper:3906	44014 CPU Inv: 2949 CPU Oper: 2336	42865 CPU Inv:1462 CPU Oper:1752	42865 CPU Inv: 1451 CPU Oper: 1672	42498 CPU Inv: 3005 CPU Oper: 2416	43307 CPU Inv: 1479 CPU Oper: 1732	

pop constante

elitismo 20%, quantos = 5%

genpin: if (iter .lt. 9) E (iger . lt. 8) : heurística para apressar no começo

mutação normal

inicialização com sorteio em 70% os genes e zero nos 30% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG						
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut.: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0025	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut.: .0025	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 003	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	30356 Inv:2924 Oper: 2687	30887 CPU Inv:4268 CPU Oper:3383	30489 Inv:929 Oper: 1430	31864 CPU Inv: 3476 CPU Oper:2814	29389 CPU Inv: 2589 CPU Oper:2308	
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	34382 CPU Inv:1506 CPU Oper: 1990	33719 CPU Inv:1920 CPU Ope2138	34966 CPU Inv: 1634 CPU Oper: 2110	35129 CPU Inv: 936 CPU Oper: 1412	35347 CPU Inv: 3083 CPU Oper: 3043	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	42325 CPU Inv: 2731 CPU Oper: 2787	43481 CPU Inv:1638 CPU Oper:2032	42815 CPU Inv: 2212 CPU Oper: 2410	43926 CPU Inv: 1223 CPU Oper: 1631	44736 CPU Inv: 4081 CPU Oper: 3413	

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

mutação normal

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**



	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 400 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.85 Tx Mut.: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015	Sem: : 12376523 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0020	Sem: : 98765432 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 002( <sup>1</sup> )	Sem: : 13579135 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: 002
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	30515 Inv:3710 Oper: 2088	31503 CPU Inv:2326 CPU Oper:2413	31868 Inv:664 Oper: 1177	30061 CPU Inv: 933 CPU Oper:1386	31083 CPU Inv: 1928 CPU Oper:2305	30734 CPU Inv: 1526 CPU Oper:1844
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	33976 CPU Inv:5253 CPU Oper: 2782	34116 CPU Inv:2015 CPU Ope2249	37339 CPU Inv: 2351 CPU Oper: 2591	34421 CPU Inv: 2547 CPU Oper: 2851	34212 CPU Inv: 3463 CPU Oper: 3429	35117 CPU Inv: 1037 CPU Oper: 1581
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	42807 CPU Inv: 2995 CPU Oper: 1983	43671 CPU Inv:2387 CPU Oper:2549	44410 CPU Inv: 1187 CPU Oper: 1719	44614 CPU Inv: 2721 CPU Oper: 2823	43535 CPU Inv: 3839 CPU Oper: 3377	44149 CPU Inv: 1261 CPU Oper: 1718

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

mutação normal

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 400 No. Ger: 50 Tx Cross: .95 Tx Mut: .002	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 50 Tx Cross: 0.85 Tx Mut: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 50 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0015	Sem: : 12376523 Pop: 200 No. Ger: 50 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0020	Sem: : 98765432 Pop: 200 No. Ger: 50 Tx Cross: .95 Tx Mut: .002	
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	29923 Inv:1772 Oper: 1635	30810 CPU Inv:4295 CPU Oper:2584	31869 Inv:663 Oper: 1178	31003 CPU Inv: 3287 CPU Oper:2292	31374 CPU Inv: 2788 CPU Oper:2191	
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	34544 CPU Inv:2143 CPU Oper: 1866	34944 CPU Inv:3009 CPU Ope2275	37339 CPU Inv: 2347 CPU Oper: 2579	34636 CPU Inv: 2169 CPU Oper: 1839	34639 CPU Inv: 3016 CPU Oper: 2382	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43190 CPU Inv: 6863 CPU Oper: 3730	43322 CPU Inv:3014 CPU Oper:2151	44410 CPU Inv: 1187 CPU Oper: 1708	42888 CPU Inv: 2811 CPU Oper: 2228	42738 CPU Inv: 4598 CPU Oper: 2977	

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

mutação normal

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**exatamente igual à tabela anterior, porém 50 GERAÇÕES**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 50 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .002	Sem: : 55555554 Pop: 100 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .002				
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	31129 Inv:14225 Oper: 4046	30446 CPU Inv:12482 CPU Oper:3662				
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	34723 CPU Inv:4473 CPU Oper: 2409	34784 CPU Inv:6277 CPU Ope: 2789				
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	44002 CPU Inv: 6577 CPU Oper: 2688	44569 CPU Inv:8629 CPU Oper:3108				

população VARIÁVEL de pop. até 600 quando está quase convergindo.

elitismo 10%, quantos = 10%

mutação normal

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .002	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 40 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .002	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .003	Sem: : 12376523 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0025		
Cen1	29172 Inv:3213 Op:1785	30.248 Inv:212 Oper:4507	29886 Inv:1390 Oper: 1628	30283 CPU Inv:2295 CPU Oper:2115	29670 Inv:1452 Oper: 1715	29370 CPU Inv: 4004 CPU Oper:3075		
Cen2	33439 3597 2144	33.908 Inv:138 Oper:4018	35567 CPU Inv:1812 CPU Oper: 2236	34573 CPU Inv:2469 CPU Ope: 2438	35092 CPU Inv: 3988 CPU Oper: 3813	34500 CPU Inv: 1701 CPU Oper: 2075		
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43721 CPU Inv: 2561 CPU Oper: 2612	44437 CPU Inv:3310 CPU Oper:2789	43328 CPU Inv: 5325 CPU Oper: 3747	43475 CPU Inv: 2147 CPU Oper: 2435		

pop constante

elitismo 10%, quantos = 20%

heurística da mutação

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0015, 0.0030, 0.0045	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut: .001, 0.002, 0.003	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut: .001, 0.002, 0.003	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0015, 0.0030, 0.0045	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut: .001, 0.002, 0.003	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	42442 Inv:2728 Oper: 2759	42907 CPU Inv:1381 CPU Oper:1789	44620 Inv:2213 Oper: 2557	42382 CPU Inv: 1040 CPU Oper:1624	44478 CPU Inv:3226 CPU Oper:3116	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	44736 CPU Inv:4109 CPU Oper: 3463	43481 CPU Inv:1653 CPU Ope: 1986	42325 CPU Inv: 2759 CPU Oper: 2840	42463 CPU Inv: 3094 CPU Oper: 2975	43689 CPU Inv:2361 CPU Ope: 2544	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	42722 CPU Inv: 2840 CPU Oper: 2838	43165 CPU Inv:1940 CPU Oper:2202	44736 CPU Inv: 4116 CPU Oper: 3505	42870 CPU Inv: 1526 CPU Oper: 1996	42561 CPU Inv:2636 CPU Oper:2769	

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013√2;0.0013√3	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0013, 0.0013√2;0.0013√3	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015√2;0.0015√3	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015√2;0.0015√3	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017√2;0.0017√3	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0017, 0.0017√2;0.0017√3
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	44433 Inv:2229 Oper: 2563	44433 CPU Inv:2226 CPU Oper:2586	42443 Inv:2722 Oper: 2795	42443 CPU Inv: 2727 CPU Oper:2676	43902 CPU Inv:4278 CPU Oper:3392	43902 Inv:4261 Oper: 3473
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43486 CPU Inv:2240 CPU Oper: 2488	43486 CPU Inv:2239 CPU Ope: 2514	42832 CPU Inv: 857 CPU Oper: 1391	42832 CPU Inv: 857 CPU Oper: 1331	43559 CPU Inv:1794 CPU Ope: 2165	43559 CPU Inv: 1788 CPU Oper: 2215
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	42741 CPU Inv: 6421 CPU Oper: 4427	42741 CPU Inv:6416 CPU Oper:4460	42931 CPU Inv: 2740 CPU Oper: 2776	42931 CPU Inv: 2743 CPU Oper: 2660	45208 CPU Inv:3670 CPU Oper:3274	45208 CPU Inv: 3686 CPU Oper: 3355

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: : 87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: 87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017 $\sqrt{2}$ ;0.0017 $\sqrt{3}$	Sem: 87654321 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0017, 0.0017 $\sqrt{2}$ ;0.0017 $\sqrt{3}$
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	44500 Inv:4564 Oper: 4651	44500 CPU Inv:4555 CPU Oper:3080	43094 Inv:1651 Oper: 2004	43094 CPU Inv: 1646 CPU Oper:1965	42952 CPU Inv:1517 CPU Oper:1959	42952 Inv:1512 Oper: 1932
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43497 CPU Inv:1386 CPU Oper: 1857	43497 CPU Inv:1385 CPU Ope: 1938	44123 CPU Inv: 2245 CPU Oper: 2450	44123 CPU Inv: 2240 CPU Oper: 2400	43167 CPU Inv:1523 CPU Ope: 2007	43167 CPU Inv: 1517 CPU Oper: 1980
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43142 CPU Inv: 2393 CPU Oper: 2551	43142 CPU Inv:2389 CPU Oper:2658	43238 CPU Inv: 1706 CPU Oper: 2038	43238 CPU Inv: 1702 CPU Oper: 1996	43402 CPU Inv:2570 CPU Oper:2670	43402 CPU Inv: 2561 CPU Oper: 2634

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017 $\sqrt{2}$ ;0.0017 $\sqrt{3}$	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43628 Inv:2207 Oper: 2355	43528 CPU Inv:1631 CPU Oper:2032	44418 Inv:1908 Oper: 2236	44407 CPU Inv: 3624 CPU Oper:3415	42454 CPU Inv:1503 CPU Oper:1992	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43283 CPU Inv:1640 CPU Oper: 2034	43362 CPU Inv:2377 CPU Ope: 2558	42784 CPU Inv: 1648 CPU Oper: 2103	43376 CPU Inv: 2376 CPU Oper: 2586	43229 CPU Inv:1149 CPU Ope: 1719	
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43394 CPU Inv: 1279 CPU Oper: 1779	44186 CPU Inv:2219 CPU Oper:2391	44713 CPU Inv: 2221 CPU Oper: 2421	44982 CPU Inv: 2631 CPU Oper: 2926	43751 CPU Inv:2078 CPU Oper:2341	

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover EM UM PONTO**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**



Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017 $\sqrt{2}$ ;0.0017 $\sqrt{3}$
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	44227 Inv:2860 Oper: 2932	42786 CPU Inv:1507 CPU Oper:1982	44206 Inv:2239 Oper: 2724	43603 CPU Inv: 2523 CPU Oper:2682	42913 CPU Inv:1504 CPU Oper:2002
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43770 CPU Inv:3068 CPU Oper: 3018	44248 CPU Inv:3083 CPU Ope: 2951	43305 CPU Inv: 2372 CPU Oper: 2760	42761 CPU Inv: 1502 CPU Oper: 1975	44122 CPU Inv:1638 CPU Ope: 2029
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43086 CPU Inv: 3072 CPU Oper: 3091	43401 CPU Inv:5426 CPU Oper:4166	43739 CPU Inv: 3323 CPU Oper: 3307	43340 CPU Inv: 1437 CPU Oper: 1843	42973 CPU Inv:928 CPU Oper:1475

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 80% os genes e zero nos 20% restantes para **todos os cenários**

**crossover EM UM PONTO**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017 $\sqrt{2}$ ;0.0017 $\sqrt{3}$
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43604 Inv:1383 Oper: 1923	42715 CPU Inv:1800 CPU Oper:2293	42361 Inv:2377 Oper: 2639	43648 CPU Inv: 1954 CPU Oper:2285	42249 CPU Inv:2724 CPU Oper:2733
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43771 CPU Inv:2077 CPU Oper: 2406	42363 CPU Inv:1270 CPU Ope: 1787	43530 CPU Inv: 2741 CPU Oper: 2780	43284 CPU Inv: 1730 CPU Oper: 1999	43909 CPU Inv:2476 CPU Ope: 2646
Cen3	42325 2731 2787	42.023 Inv:105 Oper:3906	43156 CPU Inv: 1391 CPU Oper: 1891	43322 CPU Inv:1521 CPU Oper:1984	42528 CPU Inv: 1267 CPU Oper: 1800	43931 CPU Inv: 8235 CPU Oper: 4791	44504 CPU Inv:2343 CPU Oper:2556

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 70% os genes e zero nos 30% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

**gap de convergência 0.01**

Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:5555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013 $\sqrt{2}$ ;0.0013 $\sqrt{3}$	Sem: : 5555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: 5555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$		
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	43965 Inv:3368 Oper: 3301	43096 CPU Inv:3076949	44217 Inv:2194 Oper: 2327		
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	45012 CPU Inv:1705 CPU Oper: 2164	43400 CPU Inv:5960 CPU Ope: 4218	44320 CPU Inv: 4516 CPU Oper: 3926		
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	43574 CPU Inv: 1040 CPU Oper: 1604	43617 CPU Inv:2230 CPU Oper:2535	44257 CPU Inv: 2024 CPU Oper: 2276		

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 60% os genes e zero nos 40% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

**gap de convergência 0.01**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG					
	AG	B&B	Sem:55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0013, 0.0013√2;0.0013√3	Sem: : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .002, 0.002√2;0.002√3	Sem: 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut.: .0015, 0.0015√2;0.0015√3	Sem: : 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut.: .0015, 0.0015√2;0.0015√3	Sem: : : 55555554 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut.: .0017, 0.0017√2;0.0017√3	Sem: 11201319 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .90 Tx Mut.: .0013, 0.0013√2;0.0013√3
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	42749 Inv:1488 Oper: 2079	44199 CPU Inv:2597 CPU Oper:2665	44176 Inv:2060 Oper: 2354	43861 CPU Inv: 1513 CPU Oper:2083	43423 CPU Inv:2234 CPU Oper:2605	44221 CPU Inv:1490 CPU Oper:1895
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	43383 CPU Inv:1143 CPU Oper: 1661	43522 CPU Inv:1799 CPU Ope: 2182	43660 CPU Inv: 2000 CPU Oper: 2221	43401 CPU Inv: 2395 CPU Oper: 2306	22711 CPU Inv:2245 CPU Ope: 2475	43601 CPU Inv:2712 CPU Ope: 2719
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	44018 CPU Inv: 1906 CPU Oper: 2201	42969 CPU Inv:1530 CPU Oper:1914	44283 CPU Inv: 2894 CPU Oper: 2832	44612 CPU Inv: 2713 CPU Oper: 2680	44484 CPU Inv:2829 CPU Oper:2890	

pop constante

elitismo 10%, quantos = 10%

sem heurística da mutação

inicialização com sorteio em 50% os genes e zero nos 50% restantes para **todos os cenários**

**crossover UNIFORME**

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

**gap de convergência 0.10**

Melhores resultados			Parâmetros de entrada do AG				
	AG	B&B	Sem:77133751 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0020, 0.0020 $\sqrt{2}$ ;0.0020 $\sqrt{3}$	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut: .002, 0.002 $\sqrt{2}$ ;0.002 $\sqrt{3}$	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0015, 0.0015 $\sqrt{2}$ ;0.0015 $\sqrt{3}$	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0025, 0.0025 $\sqrt{2}$ ;0.0025 $\sqrt{3}$
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	43762 Inv:1256 Oper: 1882	43079 CPU Inv:1705 CPU Oper:2300	43968 Inv:2259 Oper: 2823	44787 CPU Inv: 2404 CPU Oper:2763	42993 CPU Inv:926 CPU Oper:1569
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	44540 CPU Inv:1714 CPU Oper: 2253	43544 CPU Inv:3287 CPU Ope: 3223	43830 CPU Inv: 2564 CPU Oper: 2764	42959 CPU Inv: 2257 CPU Oper: 2617	43413 CPU Inv:1853 CPU Ope: 2360
Cen3	42249 2724 2733	42.023 Inv:105 Oper:3906	43213 CPU Inv: 1853 CPU Oper: 2424	44224 CPU Inv:1349 CPU Oper:1957	43477 CPU Inv: 2426 CPU Oper: 2752	42788 CPU Inv: 1647 CPU Oper: 2160	43655 CPU Inv:1237 CPU Oper:1874

pop constante

elitismo 20%, quantos = 5%

mutação if (iter .lt. 3) or (iger .lt. 20) faz normal, senão só muta caso seja diferente de zero)

inicialização com sorteio em 50% os genes e zero nos 50% restantes para **todos os cenários**

**crossover** em um único ponto

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

**gap de convergência 0.10**

	Melhores resultados		Parâmetros de entrada do AG				
	AG	B&B	Sem:77133751 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: .95 Tx Mut: .0020, 0.0020√2;0.0020√3	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.90 Tx Mut: .002, 0.002√2;0.002√3	Sem: 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 1.00 Tx Mut: .002, 0.002√2;0.002√3	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0015, 0.0015√2;0.0015√3	Sem: : 77933757 Pop: 200 No. Ger: 30 Tx Cross: 0.95 Tx Mut: .0025, 0.0025√2;0.0025√3
Cen3	42249 2724 2733	<b>42.023</b> <b>Inv:105</b> <b>Oper:3906</b>	44160 Inv:2911 Oper: 3188	43114 CPU Inv:2055 CPU Oper:2557	43777 Inv:1555 Oper: 2003	42270 CPU Inv: 920 CPU Oper:1504	43217 <b>CPU Inv:1236</b> <b>CPU Oper:1871</b>
Cen3	42249 2724 2733	<b>42.023</b> <b>Inv:105</b> <b>Oper:3906</b>	43679 CPU Inv:1714 CPU Oper: 2370	44654 CPU Inv:2509 CPU Ope: 2816	44108 CPU Inv: 1694 CPU Oper: 2173	43532 CPU Inv: 1232 CPU Oper: 18897	43496 <b>CPU Inv:2139</b> <b>CPU Ope: 2552</b>
Cen3	42249 2724 2733	<b>42.023</b> <b>Inv:105</b> <b>Oper:3906</b>	43126 CPU Inv: 1279 CPU Oper: 2881	42923 CPU Inv:1958 CPU Oper:2499	42899 CPU Inv: 1730 CPU Oper: 2370	43302 CPU Inv: 1235 CPU Oper: 1797	42746 <b>CPU Inv:1722</b> <b>CPU Oper:2268</b>

pop constante

elitismo 20%, quantos = 5%

sem heurística mutação

inicialização com sorteio em 50% os genes e zero nos 50% restantes para **todos os cenários**

**crossover** em um único ponto

**resultados todos do cenário 3; cada linha corresponde a uma mutação diferente**

**gap de convergência 0.10**